- Chimie -

Partie I : Détermination du pourcentage d'acide benzoïque pur contenu dans un échantillon de cristaux préparés :

1- Equation de la réaction modélisant la transformation ayant lieu entre l'acide benzoïque et l'eau :

$$C_6H_5COOH_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} \rightleftarrows C_6H_5HCOO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$$

2- Calcul de la valeur du pK_A du couple $C_6H_5COOH / C_6H_5HCOO^-$:

On sait que : $pK_A = -\log(K_A)$

A.N : $pK_A = -\log(6{,}31.10^{-5}) \approx 4{,}20$

3- Détermination de l'espèce du couple $C_6H_5COOH / C_6H_5HCOO^-$ qui prédomine dans la solution (S_0) :

Selon l'échelle de prédominance : $pH = 2{,}95 < pK_A = 4{,}20$: alors l'espèce acide C_6H_5COOH qui prédomine dans la solution (S_0).

4.1- Equation de la réaction qui se produit entre l'acide benzoïque et les ions hydroxyde $HO^-_{(aq)}$ considérée comme totale :

$$C_6H_5COOH_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightarrow C_6H_5HCOO^-_{(aq)} + H_2O_{(\ell)}$$

4.2- Calcul de la valeur de la concentration molaire C_A de la solution (S_0) préparée :

Au point de l'équivalence ; on applique la relation : $C_A V_A = C_B V_{B,E}$

Alors : $C_A = C_B \dfrac{V_{B,E}}{V_A}$

A.N : $C_A = 10^{-2} \times \dfrac{18}{10} = 1{,}8.10^{-2} mo\ell.L^{-1}$

4.2- Déduction de la valeur de la masse m d'acide benzoïque pur présent dans de la solution (S_0) de volume V_0 :

On sait que : $m = n(C_6H_5COOH).M(C_6H_5COOH)$ et $n(C_6H_5COOH) = C_A.V_0$

Donc : $m = C_A.V_0.M(C_6H_5COOH)$

A.N : $m = 1{,}8.10^{-2} \times 100.10^{-3} \times 122 = 219{,}6.10^{-3} g = 219{,}6 mg$

4.4- Détermination de la valeur du pourcentage **p** d'acide benzoïque pur contenu dans les cristaux préparés par le chimiste :

On a : $p = \dfrac{m}{m_0} \times 100$

A.N : $p = \dfrac{219{,}6}{244} \times 100 = 90\%$

Partie II : Préparation d'un ester à partir de l'acide benzoïque :

1- Rôle de l'acide sulfurique ajouté :

C'est un catalyseur, qui augmente la vitesse de la réaction sans modifier l'état d'équilibre du système chimique.

2- Le tableau d'avancement de la réaction d'estérification :

Equation de la réaction		$C_6H_5COOH + CH_3OH \rightleftarrows C_6H_5HCOO-CH_3+H_2O$			
Etat du système	Avancement x(mol)	Quantités de matière (mol)			
Etat initial	0	$n=0,3$	$n=0,3$	0	0
Etat intermédiaire	x	$n-x$	$n-x$	x	x
Etat d'équilibre	$x_{éq}$	$n-x_{éq}$	$n-x_{éq}$	$x_{éq}$	$x_{éq}$

3- Montrons que l'expression de $x_{éq}$ l'avancement de la réaction à l'équilibre s'écrit : $x_{éq}=\dfrac{n.\sqrt{K}}{1+\sqrt{K}}$

$$K=\frac{[C_6H_5CO_2CH_3]_{éq}\times[H_2O]_{éq}}{[C_6H_5CO_2H]_{éq}\times[CH_3OH]_{éq}}=\frac{\frac{x_{éq}}{V}\times\frac{x_{éq}}{V}}{\frac{n-x_{éq}}{V}\times\frac{n-x_{éq}}{V}}=\left(\frac{x_{éq}}{n-x_{éq}}\right)^2$$

Donc : $\dfrac{x_{éq}}{n-x_{éq}}=+\sqrt{K}$ $(\,puisque\ x_{éq}>0\ et\ n-x_{éq}>0)$

On développe le calcul, on obtient : $x_{éq}=\sqrt{K}.(n-x_{éq})$ $ou\ bien\ x_{éq}+\sqrt{K}.x_{éq}=\sqrt{K}.n$

c.à.d $x_{éq}(1+\sqrt{K})=\sqrt{K}.n$; finalement : $x_{éq}=\dfrac{n.\sqrt{K}}{1+\sqrt{K}}$

4- Détermination de la composition du mélange à l'état d'équilibre du système chimique :

* Calculons d'abord l'avancement maximal : $x_{éq}=\dfrac{n.\sqrt{K}}{1+\sqrt{K}}=\dfrac{0.3\times\sqrt{4}}{1+\sqrt{4}}=0,2mo\ell$

* $n(acide)_{éq}=0,3-0,2=0,1mo\ell$; * $n(alcool)_{éq}=0,3-0,2=0,1mo\ell$

* $n(ester)_{éq}=0,2mo\ell$; * $n(eau)_{éq}=0,2mo\ell$

5- Calcul de la valeur du rendement r de la réaction :

$$r=\frac{n_{exp}(ester)}{n_{théo}(ester)}=\frac{0,2}{0,3}=0.67=67\%$$

6- Répondre par Vrai ou Faux aux propositions a, b et c :

* (a) est Vrai, car la présence de l'un des réactifs en excès déplace l'état d'équilibre du système dans le sens direct.

* (b) est Vrai, car l'ajout d'une quantité d'acide benzoïque au système chimique en état d'équilibre augmente la quantité de l'ester formé et par suite le rendement de la réaction.
* (c) est Faux, car la valeur de la constante d'équilibre K ne dépend que de la température.

- Physique -

RADIOACTIVITE :

Exercice1 : Applications de la radioactivité en médecine

1- Désintégration du noyau de fluor ${}^{18}_{9}F$

1.1- Equation de désintégration du fluor ${}^{18}_{9}F$, en précisant le noyau fils :

Le noyau ${}^{18}_{9}F$ se désintègre selon : ${}^{18}_{9}F \rightarrow {}^{0}_{1}e + {}^{A}_{Z}X$

Les lois de conservation : $\begin{cases} 18 = 0 + A \\ 9 \ = 1 + Z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 18 \\ Z \ = 8 \end{cases} \Rightarrow {}^{18}_{8}X = {}^{18}_{8}O$

Finalement : ${}^{18}_{9}F \rightarrow {}^{0}_{1}e \ + \underbrace{{}^{18}_{8}O}_{noyau\ fils}$

1.2- La proposition vraie est : (b) ; La masse du noyau ${}^{18}_{9}F$ est inférieure à la somme des masses de ses nucléons (Défaut de masse : $\Delta m({}^{18}_{9}F) = 9m_p + 9m_n - m({}^{18}_{9}F) > 0$)

1.3- Détermination du noyau le plus stable :

${}^{18}_{8}O$ est le noyau le plus stable ; car son énergie de liaison par nucléon est la plus grande.

$$\frac{E_L}{A}({}^{18}_{8}O) = 7{,}765\ Mev/nucléon > \frac{E_L}{A}({}^{14}_{7}N) = 7{,}473\ Mev/nucléon$$
$$> \frac{E_L}{A}({}^{18}_{10}Ne) = 7{,}338\ Mev/nucléon > \frac{E_L}{A}({}^{18}_{9}F) = 6{,}629\ Mev/nucléon$$

2- Injection du FDG à un patient :

Vérifions que : $a_0 = 3{,}3.10^9\,Bq$

D'après la loi de décroissance radioactive : $a(t) = a_0.e^{-\lambda.t} = a_0.e^{-\frac{\ell n2}{t_{1/2}}.t}$ d'où : $\underline{a_0 = a(t).e^{\ell n2.\frac{t}{t_{1/2}}}}$

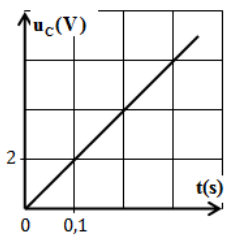
A.N : $a_0 = 5.10^8 \times e^{\ell n2.\frac{5\times 60}{110}} \approx \underline{3{,}31.10^9\,Bq}$

ELECTRICITE :

Exercice2 : Réponse d'un dipôle

1- Etude de la charge d'un condensateur par un générateur idéal du courant

1.1- Détermination de l'expression de la tension uc(t) :



La courbe de la figure ci-contre est celle d'une fonction linéaire d'équation :

$u_c(t) = K.t$; K étant le coefficient directeur : $K = \frac{\Delta u_c}{\Delta t} = \frac{2-0}{0{,}1-0} = 20V.s^{-1}$

Finalement on aura : $\underline{u_c(t) = 20.t}$

1.2- Montrons que : $C = 1\mu F$

On a la tension aux bornes du condensateur : $u_c(t) = \frac{q}{C}$ $avec\ q = I_0.\Delta t = I_0.(t - t_0) = I_0.t$

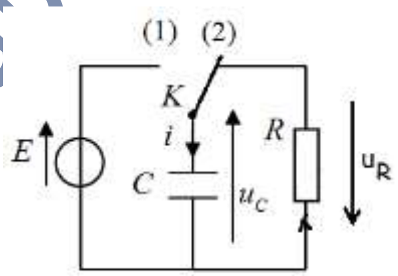
Donc : $u_c(t) = \frac{I_0}{C}.t$ (1)

* Par comparaison des expressions (1) et (2) ; on aura : $\frac{I_0}{C} = K$, Alors : $C = \frac{I_0}{K}$

A.N : $C = \frac{2.10^{-5}}{20} = 10^{-6} F = 1\mu F$

2- Etude de la réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension descendant

2.1- Equation différentielle vérifiée par la tension $u_c(t)$ au cours de la décharge du Condensateur :



* La loi d'unicité de la tension : $u_R = -u_C$ (*)

* La loi d'Ohm donne : $u_R = R.i = R.\frac{dq}{dt} = R.\frac{d(C.u_c)}{dt} = RC.\frac{du_c}{dt}$

* La relation (*) devient : $RC.\frac{du_c}{dt} + u_c = 0$

2.2- Détermination des expressions de A et τ en fonction des paramètres du circuit :

La solution de cette équation différentielle est de la forme $u_C(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}}$

* Elle doit vérifier l'équation différentielle : $RC.\frac{d}{dt}(A.e^{-\frac{t}{\tau}}) + (A.e^{-\frac{t}{\tau}}) = 0$

Ou bien : $-A\frac{RC}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} + A.e^{-\frac{t}{\tau}} = 0 \Rightarrow A.e^{-\frac{t}{\tau}}(-\frac{RC}{\tau} + 1) = 0$

Cette équation a des solutions en t, si le terme entre parenthèses est nul : $-\frac{RC}{\tau} + 1 = 0$

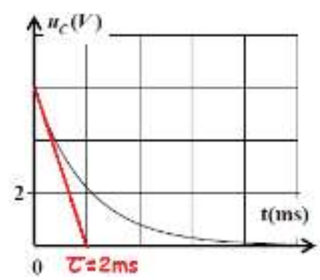
Finalement : $\tau = RC$

* A l'instant t_0 = 0, $u_C(0) = E$ (voir énoncé) ; or d'après la solution $u_C(0) = A$

Finalement : $A = E$

2.3- * Détermination graphique de la valeur de τ :

Graphiquement on trouve $\tau = 2ms$



* Vérification de la valeur de C :

On sait que : $\tau = RC \Rightarrow C = \frac{\tau}{R}$

A.N : $C = \frac{2.10^{-3}}{2.10^{3}} = 10^{-6} F = 1\mu F$

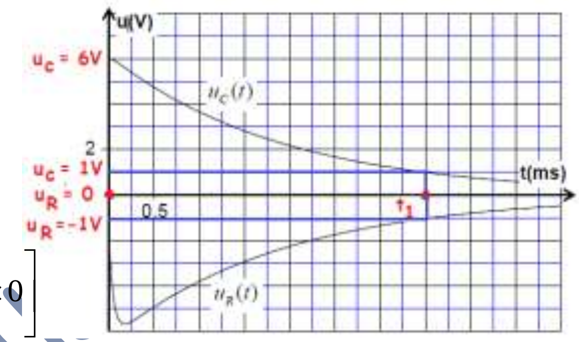
3- Etude énergétique du circuit RLC série

3.1- Montrons que l'expression de l'énergie totale du circuit RLC à un instant t s'écrit :

$$\mathrm{E} = E_{électrique} + E_{magnétique} = \frac{1}{2}C.u_c^2 + \frac{1}{2}L.i^2 \quad et \ puisque \ i = \frac{u_R}{R}$$

$$\mathrm{E} = \frac{1}{2}C.u_c^2 + \frac{1}{2}\frac{L}{R^2}.u_R^2$$

3.2- * Détermination de la valeur de $\Delta E = E_1 - E_0$, la variation de l'énergie totale du circuit entre les instants $t_0 = 0 \ et \ t_1 = 3{,}5ms$:



$$\Delta \mathrm{E} = \mathrm{E}(t_1) - \mathrm{E}(t_0)$$

$$\Delta \mathrm{E} = \left[\frac{1}{2}C.u_c^2(t_1) + \frac{1}{2}\frac{L}{R^2}.u_R^2(t_1)\right] - \left[\frac{1}{2}C.u_c^2(t_0) + \frac{1}{2}\frac{L}{R^2}.u_R^2(t_0)\right]$$

A.N :

$$\Delta \mathrm{E} = \left[\frac{1}{2}.10^{-6}\times 1^2 + \frac{1}{2}.\frac{0{,}1}{(10^3)^2}\times(-1)^2\right] - \left[\frac{1}{2}.10^{-6}\times 6^2 + \frac{1}{2}.\frac{0{,}1}{(10^3)^2}\times 0\right]$$

$$\Delta \mathrm{E} = 5{,}5.10^{-7} - 18.10^{-6}$$

$$\Delta \mathrm{E} = -1{,}75.10^{-5} J$$

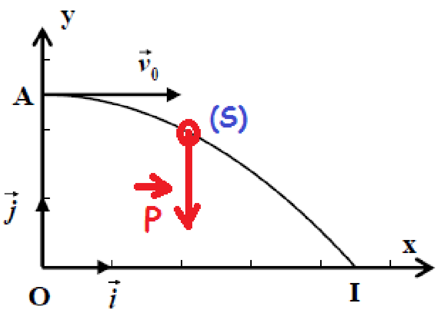
* Interprétation du résultat : il y a dissipation d'énergie par effet Joule dans le circuit.

LA MECANIQUE :

Exercice3 : Mouvement d'un solide soumis à des forces (constantes – variables)

1- Étude du mouvement d'un solide dans le champ de pesanteur uniforme

1.1- Equations horaires x(t) et y(t) du mouvement de G :



- Système à étudier : {corps(S)}
- Repère d'étude $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ supposé galiléen ;
- Bilan des forces extérieures :

  Poids du corps : $\vec{P}$

- 2ème loi de newton : $\vec{P} = m.\vec{a}_G$
- Projection de cette relation vectorielle sur l'axe Ox et sur Oy :

$$\begin{cases} m.a_x = P_x = 0 \\ m.a_y = P_y = -P = -mg \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{dv_x}{dt} = a_x = 0 \\ \dfrac{dv_y}{dt} = a_y = -g \end{cases} \overset{Par\,intégration}{\Rightarrow} \begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = v_x = cte = v_0 & (v_{0x} = v_0) \\ \dfrac{dy}{dt} = v_y = -g.t & (v_{0y} = 0) \end{cases}$$

$$\overset{Par\,intégration}{\Rightarrow} \begin{cases} x(t) = v_0.t & (x_0 = 0) \\ y(t) = -\dfrac{1}{2}g.t^2 + h & (y_0 = h) \end{cases}$$

1.2- Déduction de l'expression littérale de l'équation de la trajectoire du mouvement de G :

$$\begin{cases} x(t)=v_0.t \\ y(t)=-\frac{1}{2}g.t^2+h \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t=\frac{x}{v_0} \\ y=-\frac{1}{2}g.\left(\frac{x}{v_0}\right)^2+h \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t=\frac{x}{v_0} \\ \underline{y=-\frac{g}{2v_0^{\,2}}.x^2+h} \end{cases} \leftarrow \text{équation de la trajectoire de } G$$

1.3- Calcul de la valeur de t_I l'instant d'arrivé de (S) au sol en I :

Dans ce cas : $y(t_I)=0$ c.à.d $-\frac{g}{2v_0^{\,2}}.x_I^{\,2}+h=0$ ou bien : $x_I=v_0.\sqrt{\frac{2.h}{g}}$

Or : $t_I=\frac{x_I}{v_0}$ alors $\underline{t_I=\sqrt{\frac{2.h}{g}}}$

A.N : $t_I=\sqrt{\frac{2\times 1}{9,8}}=\underline{0,45s}$

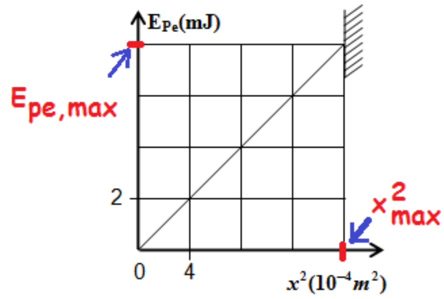
1.4- La lettre correspondante à la seule proposition vraie : est c)

$t'=t_I=\underline{0,45s}$; car la durée de la chute ne dépond pas de la vitesse de lancée.

2- Étude du mouvement d'un système oscillant {solide (S)- ressort}

2.1- Exploitation de la courbe de la figure (3) :

a) La constante de raideur K :



L'énergie potentielle élastique est une fonction linéaire en x^2 :

Alors elle peut s'écrire : $E_{pe}=a.x^2$

Où a est le coefficient directeur de la droite : $a=\frac{2.10^{-3}}{4.10^{-4}}=5J.m^{-2}$

Et on sait que : $E_{pe}=\frac{1}{2}K.x^2$

Alors par comparaison on constate que : $\frac{1}{2}K=a$ alors $K=2.a$

A.N : $K=2\times 5=\underline{10N.m^{-1}}$ $\quad (1N=1J.m^{-1}\ car\ F=\frac{W}{L})$

b) L'énergie potentielle élastique maximale :

Graphiquement on trouve : $\underline{E_{pe_{\max}}=8.10^{-3}J}$

c) L'amplitude $X_{\max}$ des oscillations :

Graphiquement on trouve : $X_{\max}^2=16.10^{-4}m^2 \Rightarrow \underline{X_{\max}=4.10^{-2}m=4cm}$

2.2- Déduction de la valeur de l'énergie mécanique E_m du système oscillant :

On sait que : $E_m=E_c+\underbrace{E_{pp}}_{=0}+E_{pe}=Cte \Rightarrow E_m=E_c+E_{pe}$

Or lorsque $x = X_{\max}$ $alors\ la\ vitesse\ de\ G\ s'annule\ et\ E_c = 0$

Donc : $E_m = E_{pe_{\max}} = 8.10^{-3} J$

2-3- Montrons que l'expression de la période propre des oscillations s'écrit : $T_0 = 2\pi.\dfrac{X_{\max}}{v}$

* Lorsque le centre G passe par la position O : $E_{pe} = 0\ \ alors\ E_m = E_c = \dfrac{1}{2}m.v^2$

* Lorsque le centre G passe par la position extrême : $E_c = 0\ \ alors\ E_m = E_{pe} = \dfrac{1}{2}K.X_{\max}^2$

* Des deux résultats on écrit : $\dfrac{1}{2}m.v^2 = \dfrac{1}{2}K.X_{\max}^2 \Rightarrow \dfrac{m}{K} = \dfrac{X_{\max}^2}{v^2} \Rightarrow \sqrt{\dfrac{m}{K}} = \dfrac{X_{\max}}{v}$

* On sait l'expression de la période propre : $T_0 = 2.\pi\sqrt{\dfrac{m}{K}}$

* Finalement on obtient : $T_0 = 2\pi.\dfrac{X_{\max}}{v}$

A.N : $T_0 = 2\pi.\dfrac{4.10^{-2}}{0.25} = 1s$