

Correction

p.SBIRO Abdelkrim

Chimie : partie1 :

1) 1.1- Equation de la réaction du dosage : $C_xH_{2x}O_2 + HO^- \rightarrow C_xH_{2x-1}O_2^- + H_2O$

1.2- La constante d'acidité K_A du couple $C_xH_{2x}O_2 / C_xH_{2x-1}O_2^-$ à $25^\circ C$.

La constante d'équilibre associée à l'équation du dosage est :

$$K = \frac{[C_xH_{2x-1}O_2^-]_{eq} [H_3O^+]_{eq}}{[C_xH_{2x}O_2]_{eq} [HO^-]_{eq}} \times \frac{[H_3O^+]_{eq}}{[H_3O^+]_{eq}} = \frac{[C_xH_{2x-1}O_2^-]_{eq} \times [H_3O^+]_{eq}}{[C_xH_{2x}O_2]_{eq} \times K_e} = \frac{K_A}{K_e} \Rightarrow K_A = K_e \cdot K = 10^{-14} \cdot 1,6 \cdot 10^9 = 1,6 \cdot 10^{-5}$$

3-1-Il s'agit du dosage d'un acide "faible" qui se dissocie partiellement dans l'eau, donc à l'équivalence la solution est basique le pH est supérieur à 7, par conséquent l'indicateur coloré convenable à ce dosage est la phénol phtaléine.

2) 2-1-: La quantité de matière initiale de l'ester dans le tube à essai est : $n_o(C_4H_8O_2) = \frac{0,05}{10} = 5 \cdot 10^{-3} mol$

Et on a :

$$n_o = \frac{m_{ester}}{M_{ester}} = \frac{\rho_{ester} \cdot V_{ester}}{M_{ester}} = \frac{\rho_{eau} \cdot d \cdot V_{ester}}{M_{ester}}$$

Le volume de l'ester dans chaque tube : $V' = \frac{V_{ester}}{10} = \frac{n \cdot M_{ester}}{10 \cdot \rho_{ester} \cdot d} = \frac{0,05 \times 88}{10 \times 1 \times 0,9} = 0,49 mL$

Dans chaque béccher le volume du mélange ester E et eau est : $V_2 = 50 mL$

$$\Rightarrow \text{Le volume d'eau dans chaque tube est : } V_e = V_2 - V' = 5 - 0,49 :$$

D'où la quantité de matière initiale d'eau dans chaque tube est :

$$n_o(H_2O) = \frac{m}{M} = \frac{\rho_e V_e}{M} = \frac{1 g \cdot mL^{-1} \times 4,5 mL}{18 g \cdot mol^{-1}} = 0,25 mol$$

Tableau d'avancement de la réaction:

Equation de la réaction		$C_4H_8O_2 + H_2O \rightleftharpoons C_xH_{2x}O_2 + C_yH_{2y+2}O$			
états	avancement	quantité de matière (en mol)			
Etat initial	0	0,005	0,25	0	0
Etat de transformation	x	0,005 - x	0,25 - x	x	x
Etat d'équilibre	x_{eq}	0,005 - x_{eq}	0,25 - x_{eq}	x_{eq}	x_{eq}

D'après la courbe: $n_{eq}(C_4H_8O_2) = 0,35mmol = 0,35 \cdot 10^{-3} mol$

D'après le tableau d'avancement $n_{eq}(C_4H_8O_2) = 0,05 - x_{eq} \Rightarrow 0,35 \cdot 10^{-3} = 0,05 - x_{eq}$ d'où: $x_{eq} = 4,65 \cdot 10^{-3} mol$

La composition du mélange à l'état d'équilibre est :

Equation de la réaction		$C_4H_8O_2 + H_2O \rightleftharpoons C_xH_{2x}O_2 + C_yH_{2y+2}O$			
états	avancement	quantité de matière (en mol)			
Etat d'équilibre	x_{eq}	$0,35 \cdot 10^{-3}$	0,051	$4,65 \cdot 10^{-3}$	$4,65 \cdot 10^{-3}$

La constante d'équilibre de l'estérification :
$$K' = \frac{[C_xH_{2x}O_2]_{eq} \times [C_yH_{2y+2}O]_{eq}}{[C_4H_8O_2]_{eq} \times [H_2O]_{eq}} = \frac{\frac{4,65 \cdot 10^{-3}}{V} \times \frac{4,65 \cdot 10^{-3}}{V}}{\frac{0,35 \cdot 10^{-3}}{V} \times \frac{0,245}{V}} = 0,25$$

2-2- On a : $x_{max} = 0,05mol$ car c'est l'ester qui est le réactif limitant.

La quantité de matière de l'ester réagissant est : $n_{ester} = x_{eq} = 4,65 \cdot 10^{-3} mol$

Le rendement de la réaction : $r = \frac{n_{exp}}{n_{max}} = \frac{4,65 \cdot 10^{-3}}{0,005} = 0,93 = 93\%$

3) 3-1- la vitesse volumique de la réaction : $v = \frac{1}{V_s} \cdot \frac{dx}{dt}$

On a : $n_E = n_o - x \Rightarrow \frac{dx}{dt} = -\frac{dn_E}{dt}$ et on a : $V_s = V_1$ donc: $v = -\frac{1}{V_1} \cdot \frac{dn_E}{dt}$

Graphiquement : $v = -\frac{1}{V_1} \cdot \frac{\Delta n_E}{\Delta t} = -\frac{1}{50 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{(3,78 - 0) \cdot 10^{-3}}{(0 - 100)} = 6,87 \cdot 10^{-3} mol / L.mn \approx 7 mmol.L^{-1} mn^{-1}$

3.2- La vitesse volumique de la réaction d'hydrolyse de l'ester dans le bécher à la date t=50min est :

b-inférieure à la vitesse volumique v de la réaction de l'hydrolyse de l'ester E dans le tube à essai à la date 50min
Car le mélange dans le bécher a la même composition initiale mais il est dilué.

4-1- La quantité de matière initiale de l'ester dans le bécher est : $n_o(C_4H_8O_2) = 0,05mol$

Lorsqu'on avait pris : $n_o(C_4H_8O_2) = 0,005mol$, on a obtenue à l'état d'équilibre : $0,35 \cdot 10^{-3}mol$ d'ester restant.

Lorsqu'on prend : $n_o(C_4H_8O_2) = 0,05mol$, on a obtiendra à l'état d'équilibre : $3,5 \cdot 10^{-3}mol$ d'ester restant.

Tableau d'avancement de la réaction:

Equation de la réaction		$C_4H_8O_2 + H_2O \rightleftharpoons C_xH_{2x}O_2 + C_yH_{2y+2}O$			
états	avancement	quantité de matière (en mol)			
Etat initial	0	0,05	0,25	0	0
Etat de transformation	x	0,05 - x	0,25 - x	x	x
Etat d'équilibre	x_{eq}	0,05 - x_{eq}	0,25 - x_{eq}	x_{eq}	x_{eq}

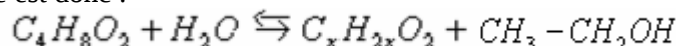
donc: $3,5 \cdot 10^{-3} = 0,05 - x_{eq} \Rightarrow x_{eq} = 0,0465 mol$, qui égale à la quantité de matière de l'alcool résultant : $C_yH_{2y+2}O$ qui a pour masse $m=2,139g$.

On sait que : $n = \frac{m}{M} \Rightarrow$ La masse molaire de l'alcool résultant est : $M(C_yH_{2y+2}O) = \frac{m}{n} = \frac{2,139}{0,0465} = 46 g/mol$

D'autre part on a : $M(C_yH_{2y+2}O) = 12.y + 2.y + 2 + 16 = 14.y + 18 \Rightarrow 46 = 14.y + 18$ donc : $26 = 14.y$ d'où: $y=2$.

La formule brute de l'alcool est : C_2H_6O il s'agit de l'éthanol CH_3-CH_2-OH

L'équation de la réaction d'hydrolyse est donc :



La formule brute de l'acide carboxylique est : C_2H_4O , il s'agit de l'acide éthanoïque : CH_3-CH_2OH

La formule semi développée de l'ester est $\text{CH}_3 - \text{COOCH}_2 - \text{CH}_3 \Rightarrow \text{CH}_3 - \overset{\overset{\text{O}}{\parallel}}{\underset{\underset{\text{O} - \text{C}_2\text{H}_5}{|}}{\text{C}}} \quad \text{éthanoate d'éthyle}$

Deuxième partie : Le nickelage d'une lame de fer

1- Equation de la réaction qui a eu lieu au niveau de la cathode : $\text{Ni}^{2+} + 2e^- \rightleftharpoons \text{Ni}$

2) D'après la demi équation précédente on a : $n(\text{Ni}) = \frac{n(e^-)}{2}$ avec : $n(e^-) = \frac{I \cdot \Delta t}{F} \Rightarrow n(\text{Ni}) = \frac{I \cdot \Delta t}{2 \cdot F}$

A.N: $n(\text{Ni}) = \frac{8 \times 25 \times 60}{2 \times 96500} = 0,062 \text{ mol} \Rightarrow \text{la masse du nickel : } m = nM = 0,062 \times 58,7 = 3,6394 \text{ g}$

Or le dépôt se fait sur les deux faces de la plaque , le volume du dépôt : $V = 2 \times L \times \ell \times e$ donc : $m = \mu V = 2 \cdot \mu \cdot \ell \cdot L \cdot e$

$$\Rightarrow e = \frac{m}{2 \cdot \mu \cdot \ell \cdot L} = \frac{3,6394 \times 10^{-3}}{2 \times 8,9 \cdot 10^3 \times 10 \times 10^{-2} \times 5 \times 10^{-2}} = 40,8 \cdot 10^{-6} \text{ m} \approx 41 \mu\text{m}$$

$$3) \quad [\text{Ni}^{2+}]_f = \frac{n(\text{Ni}^{2+})}{V} = \frac{n(\text{Ni}^{2+})_i - n(\text{Ni}^{2+})_{\text{réagissant}}}{V} = \frac{n(\text{Ni}^{2+})_i - n(\text{Ni})_{\text{déposé}}}{V} = [\text{Ni}^{2+}]_i - \frac{n(\text{Ni})_{\text{déposé}}}{V}$$

$$= \frac{C_M}{M(\text{NiSO}_4)} - \frac{n(\text{Ni})_{\text{déposé}}}{V}$$

$$\text{A.N: } [\text{Ni}^{2+}]_f = \frac{11}{(58,7 + 32 + 4 \times 16)} - \frac{6,2 \cdot 10^{-2}}{1} = 9,1 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

Exercice 1 de Physique : Détermination de la vitesse d'écoulement d'un liquide

$$1) \quad \lambda = \frac{v_o}{N} = \frac{1500}{50 \times 10^3} = 0,03 \text{ m} = 3 \text{ cm}$$

2) 2-1- Oui la valeur de λ varie lorsque cette onde se propage dans l'air.

car la valeur de la longueur d'onde dépend de la vitesse de propagation de l'onde dans le milieu de propagation.

En effet : or la vitesse de propagation de l'onde dans l'air 340m/s est différente de sa vitesse de propagation dans l'eau 1500m/s , sa longueur d'onde deviendra dans l'air :

$$\lambda' = \frac{340}{50 \cdot 10^3} = 6,8 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 6,8 \text{ mm}$$

2-1- L'enregistrement correspondant à la figure (2) est (b), car sa durée ($t_1 + \tau$) est plus grande du fait que l'onde se propage dans le sens inverse du sens de l'écoulement de l'eau.

Donc la durée mise pour parcourir la distance d par l'onde ultrasonore sera plus grande dans le 2^{ème} cas.

$\Rightarrow$ L'enregistrement (b) correspond à la figure(2)

$$2-2- \text{ a) on a dans le 1er cas : } v_o + v_e = \frac{d}{t_1} \Rightarrow t_1 = \frac{d}{v_o + v_e}$$

$$\text{et dans le 2ème cas : } v_o - v_e = \frac{d}{t_1 + \tau} \Rightarrow t_1 + \tau = \frac{d}{v_o - v_e}$$

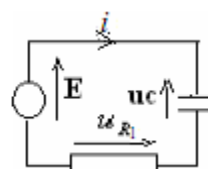
$$\text{d'où: } \tau = d \left(\frac{1}{v_o - v_e} - \frac{1}{v_o + v_e} \right) = d \left(\frac{v_o + v_e - (v_o - v_e)}{v_o^2 - v_e^2} \right) = \frac{2 \cdot v_e \cdot d}{v_o^2 - v_e^2} \Rightarrow \tau = \frac{2 \cdot v_e \cdot d}{v_o^2 - v_e^2}$$

$$\text{b) or } v_e \text{ est négligeable devant } v_o \text{ on a } \tau = \frac{2 \cdot v_e \cdot d}{v_o^2 - v_e^2} \approx \frac{2 \cdot v_e \cdot d}{v_o^2} \Rightarrow v_e = \frac{\tau \cdot v_o^2}{2 \times d} = \frac{1500^2 \times 2 \cdot 10^{-6}}{2 \times 1} = 2,25 \text{ m/s}$$

Exercice 2 de Physique : Effet d'une bobine dans un circuit électrique

$$1) 1-1- \text{ En appliquant la loi d'additivité des tensions : } u_{R1} + u_C = E \Rightarrow R_1 i + \frac{q}{C} = E$$

$$\text{, par dérivation : } R_1 \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \cdot \frac{dq}{dt} = 0 \text{ avec: } i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow \boxed{\frac{di}{dt} + \frac{1}{R_1 C} i = 0}$$



1-2- La solution est : $i(t) = A e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{di(t)}{dt} = -\lambda A e^{-\lambda t}$, en remplaçant dans l'équation différentielle :

$$-\lambda A e^{-\lambda t} + \frac{1}{R_1 C} A e^{-\lambda t} = 0 \Rightarrow A e^{-\lambda t} \left(\frac{1}{R_1 C} - \lambda \right) = 0 \quad \text{donc : } \frac{1}{R_1 C} - \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{R_1 C}$$

La solution devient : $i(t) = A e^{-\frac{t}{R_1 C}}$, en utilisant les conditions initiales, à $t=0$, $u_C(0)=0$ et : $i(0) = \frac{E}{R_1}$

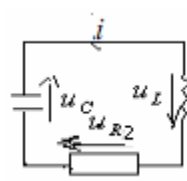
$$\frac{E}{R_1} = A e^0 \Rightarrow A = \frac{E}{R_1}, \text{ la solution est donc : } i(t) = \frac{E}{R_1} e^{-\frac{t}{R_1 C}}$$

3-1- Graphiquement à $t=0$, $i=2 \cdot 10^{-3} \text{ A} \Rightarrow 2 \cdot 10^{-3} = \frac{E}{R_1} e^0 \Rightarrow R_1 = \frac{E}{2 \cdot 10^{-3}} = \frac{12}{2 \cdot 10^{-3}} = 6 \cdot 10^3 \Omega = 6 \text{ k}\Omega$

La valeur de la constante de temps graphiquement est : $\tau = 38 \text{ ms} \Rightarrow C = \frac{\tau}{R_1} = \frac{38 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^3} \approx 6,3 \cdot 10^{-6} \text{ F}$

2)2-1- En appliquant la loi d'additivité des tensions : $u_L + u_{R_2} + u_C = 0 \Rightarrow L \frac{di}{dt} + R_2 i + \frac{q}{C} = 0 \quad (1)$

, par dérivation de la relation (1) : $L \frac{d^2 i}{dt^2} + R_2 \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i = 0 \quad (2)$

 $u_{R_2} = R_2 i \Rightarrow i = \frac{u_{R_2}}{R_2} \quad \text{et : } \frac{di}{dt} = \frac{1}{R_2} \frac{du_{R_2}}{dt} \Rightarrow \frac{d^2 i}{dt^2} = \frac{1}{R_2} \frac{d^2 u_{R_2}}{dt^2}$

En remplaçant dans (2) : $\frac{L}{R_2} \frac{d^2 u_{R_2}}{dt^2} + \frac{du_{R_2}}{dt} + \frac{1}{R_2 C} u_{R_2} = 0 \Rightarrow \frac{d^2 u_{R_2}}{dt^2} + \frac{R_2}{L} \frac{du_{R_2}}{dt} + \frac{1}{L C} u_{R_2} = 0$

2-2- On a : $u_L + u_{R_2} + u_C = 0$, à l'instant $t=0$; $u_C=E$ et $u_{R_2}=0 \Rightarrow (u_L)_{t=0} + 0 + E = 0$ donc : $(u_L)_{t=0} = -E = -12 \text{ V}$

2-3- $u_{R_2} = R_2 i \Rightarrow i = \frac{u_{R_2}}{R_2}$ et $\frac{di}{dt} = \frac{1}{R_2} \frac{du_{R_2}}{dt}$

graphiquement : $\left(\frac{di}{dt} \right)_{t=0} = \frac{1}{R_2} \frac{\Delta u_{R_2}}{\Delta t} = \frac{1}{30} \frac{(4,5 - 0)}{(0 - 0,45 \cdot 10^{-3})} = -333,3 \text{ A.s}^{-1}$

On a : $u_L = L \frac{di}{dt} \Rightarrow L = \frac{u_L}{\frac{di}{dt}}$ A.N : $L = \frac{(u_L)_{t=0}}{\left(\frac{di}{dt} \right)_{t=0}} = \frac{-12}{-333,3} = 0,036 \text{ H}$

Autre méthode : graphiquement : $T = 3 \text{ ms}$

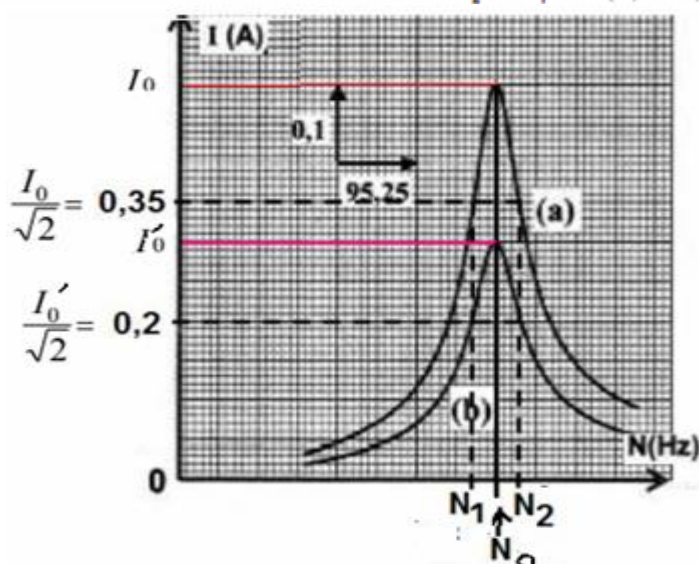
avec : $T = T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

$$\Rightarrow L = \frac{T_0^2}{4\pi^2 C} = \frac{(3 \cdot 10^{-3})^2}{4\pi^2 \cdot 6,3 \cdot 10^{-6}} = 0,036 \text{ H}$$

3) 3-1- $R = \frac{U_1}{I_a} = \frac{10}{0,5} = 20 \Omega$

3-2- $Z = \frac{U_1 \sqrt{2}}{I_a} = \frac{10\sqrt{2}}{0,5} = 28,3 \Omega$

3-3- Le facteur de qualité : $Q = \frac{N_0}{\Delta N} = \frac{N_0}{N_2 - N_1} = \frac{4 \times 95,25}{(4,3 - 3,7) \times 95,25} \approx 6,67$, même valeur pour les deux courbes (a) et (b).



Facteur de qualité : $Q = \frac{N_0}{\Delta N}$

fréquence à la résonance : $N_0 = 95,25 \times 4 = 381 \text{ Hz}$

courbe (a) $I_0 = 0,5 \text{ A} \quad \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{0,5}{\sqrt{2}} = 0,35 \text{ A}$

courbe (b) : $I_0 = 0,3 \text{ A} \quad \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{0,3}{\sqrt{2}} = 0,2 \text{ A}$

Largeur de la bande passant :

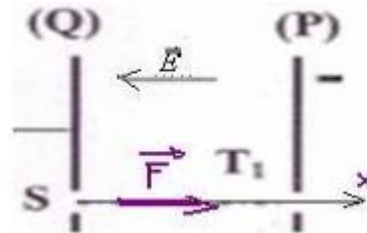
$$\Delta N = N_2 - N_1 = 409,57 - 352,42 = 57,15 \text{ Hz}$$

Facteur de qualité : $Q = \frac{381}{57,15} \approx 6,67$

Parmi les deux grandeurs R et U, celui qui a été modifié pour obtenir la courbe (b), sans influence sur le facteur de qualité, donc la grandeur modifiée est : U.

Exercice 3 de Physique : Première partie :

1) 1-1- a) L'ion $^{35}\text{Cl}^-$ est soumis dans la chambre d'accélération à la force électrique : $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$ qui a le même sens des potentiels descendant, c'est-à-dire de P vers Q. car : $P_P > V_Q$



Force électrique : $\vec{F} = q \cdot \vec{E} \Rightarrow \vec{F} = -e\vec{E}$
Son intensité : $F = eE$

Donc la force électrique : $\vec{F}$, a le sens contraire de $\vec{E}$, car $q < 0$ ($q = -e$)

En appliquant la deuxième loi de Newton : $\vec{F} = m_1 \cdot \vec{a}_G$

Par projection sur ox : $F = m_1 \cdot a_x \Rightarrow eE = m_1 \cdot a_x$ donc : $a_x = \frac{e \cdot E}{m_1} > 0$, le mouvement est rectiligne uniformément varié (accélééré).

b) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique sur l'ion : $^{35}\text{Cl}^-$ entre : P et Q $\Delta E_c = \sum W_{P \rightarrow Q} \Rightarrow$
 $E_{cQ} - E_{cP} = W_{P \rightarrow Q} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} m_1 \cdot v_1^2 = q \cdot U_{QP} \Rightarrow -\frac{1}{2} m_1 \cdot v_1^2 = -e \cdot U_o$ donc : $v_1 = \sqrt{\frac{2e \cdot U_o}{m_1}}$

b) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique sur l'ion : $^{35}\text{Cl}^-$ entre : P et Q $\Delta E_c = \sum W_{P \rightarrow Q} \Rightarrow$
 $E_{cQ} - E_{cP} = W_{P \rightarrow Q} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} m_1 \cdot v_1^2 = q \cdot U_{QP} \Rightarrow -\frac{1}{2} m_1 \cdot v_1^2 = -e \cdot U_o$ donc : $v_1 = \sqrt{\frac{2e \cdot U_o}{m_1}}$

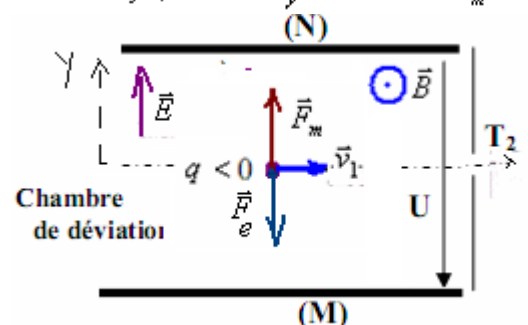
1-2- En appliquant le théorème de l'énergie cinétique sur l'ion : $^{37}\text{Cl}^-$: $E_{cQ} - E_{cP} = W_{P \rightarrow Q} \Rightarrow$
 $0 - \frac{1}{2} m_2 \cdot v_2^2 = q \cdot U_{QP} \Rightarrow -\frac{1}{2} m_2 \cdot v_2^2 = -e \cdot U_o$ donc : $v_2 = \sqrt{\frac{2e \cdot U_o}{m_2}} = v_1 \cdot \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$

2) 2-1- L'ion $^{35}\text{Cl}^-$ est soumis dans la chambre déviation à la force électrique $\vec{F}_e$ et à la force magnétique : $\vec{F}_m$.

On a : $U_{MN} = V_M - V_N = 200\text{V}$ donc : $U_{MN} > 0 \Rightarrow V_M > V_N$, donc le vecteur champ électrique qui le sens des potentiels décroissants est dirigé de M vers N (voir figure) alors que la électrique : $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$, elle a le sens contraire car $q < 0$.

En appliquant la deuxième loi de Newton sur l'ion : $^{35}\text{Cl}^-$ $\vec{F}_e + \vec{F}_m = m_1 \cdot \vec{a}_G$:

D'après les données, le mouvement des ions $^{35}\text{Cl}^-$ selon Ox est rectiligne uniforme jusqu'à ce qu'ils sortent du trou T. $\Rightarrow a_x = 0$, donc il n'y'a pas de mouvement de cet ion selon Oy ; d'où : $a_y = 0 \Rightarrow F_m - F_e = 0$



Par conséquent $\vec{F}_m$ est orientée vers le haut.

D'autre part on a : $\vec{F}_m = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$ avec $q < 0$, en appliquant la loi de la main droite on trouve le sens du vecteur $\vec{B}$ vers l'avant.

$F_m - F_e = 0 \Rightarrow |q| \cdot v_1 \cdot B \cdot \sin \frac{\pi}{2} = |q| \cdot E \Rightarrow e \cdot v_1 \cdot B = e \cdot E \Rightarrow v_1 \cdot B = \frac{U}{d} \Rightarrow B = \frac{U}{v_1 \cdot d}$, et on a $v_1 = \sqrt{\frac{2e \cdot U_o}{m_1}}$

donc : $B = \frac{U}{d} \sqrt{\frac{m_1}{2e \cdot U_o}} \Rightarrow B = \frac{200}{5 \cdot 10^{-2}} \sqrt{\frac{5,8 \cdot 10^{-26}}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \times 100}} = 0,17\text{T}$

2-2- L'intensité de la force magnétique exercée sur l'ion $^{37}\text{Cl}^-$

$$F_m = |q|v_2.B = e.v_2.B = e.B.\sqrt{\frac{2.e.U_o}{m_2}} = 1,6.10^{-19}.0,17\sqrt{\frac{2 \times 1,6 \times 10^{-19}.100}{6,15 \times 10^{-26}}} = 6,2.10^{-16} \text{ N}$$

2-2- L'intensité de la force électrique exercée sur l'ion $^{37}\text{Cl}^-$

$$F_e = |q|.E = e.E = e.\frac{U}{d} = 1,6.10^{-19}.\frac{200}{5.10^{-2}} = 6,4.10^{-16} \text{ N}$$

On a : $F_e > F_m$ donc les ions $^{37}\text{Cl}^-$ dévieront vers le bas.

Deuxième partie : Pendule de torsion

1) En appliquant la relation fondamentale de la dynamique dans le cas de rotation de la tige AB.

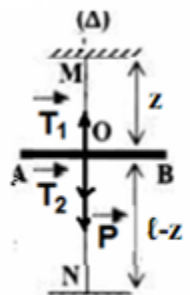
$$\begin{aligned} \Sigma M\vec{F}_A &= J_A.\ddot{\theta} \\ M_1 + M_2 &= J_A.\ddot{\theta} \\ -C_1.\theta - C_2.\theta &= J_A.\ddot{\theta} \quad \text{avec: } C_1 = \frac{K}{z} \quad ; \quad C_2 = \frac{K}{\ell - z} \Rightarrow -\frac{K}{z}\theta - \frac{K}{\ell - z}\theta = J_A.\ddot{\theta} \quad \text{donc:} \\ -K.\theta\left(\frac{1}{z} + \frac{1}{\ell - z}\right) &= J_A.\ddot{\theta} \Rightarrow -K.\theta\left(\frac{\ell - z + z}{z(\ell - z)}\right) = J_A.\ddot{\theta} \Rightarrow J_A.\ddot{\theta} + \frac{K.\ell}{z(\ell - z)}.\theta = 0 \\ \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{K.\ell}{J_A.z(\ell - z)}.\theta &= 0 \quad \text{avec: } C_o = \frac{K}{\ell} \quad ; \quad K = C_o.\ell \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{C_o.\ell^2}{J_A.z(\ell - z)}.\theta = 0 \end{aligned}$$

1) Le système étudié {la tige AB}

Billan des forces : La tige AB est soumise à l'action des forces suivantes $\vec{P}$ son poids $\vec{T}_1$ et $\vec{T}_2$: Les actions des fils et les forces de torsion.

En appliquant la relation fondamentale de la dynamique dans le cas de rotation de la tige AB. $\Sigma M\vec{F}_A = J_A.\ddot{\theta}$

$$\begin{aligned} M_A(\vec{P}) + M_A(\vec{T}_1) + M_A(\vec{T}_2) + M_1 + M_2 &= J_A.\ddot{\theta} \quad \text{avec: } M_A(\vec{P}) = M_A(\vec{T}_1) = M_A(\vec{T}_2) = 0 \\ M_1 + M_2 &= J_A.\ddot{\theta} \Rightarrow -C_1.\theta - C_2.\theta = J_A.\ddot{\theta} \quad \text{avec: } C_1 = \frac{K}{z} \quad ; \quad C_2 = \frac{K}{\ell - z} \\ \Rightarrow -\frac{K}{z}\theta - \frac{K}{\ell - z}\theta &= J_A.\ddot{\theta} \quad \text{donc: } -K.\theta\left(\frac{1}{z} + \frac{1}{\ell - z}\right) = J_A.\ddot{\theta} \Rightarrow -K.\theta\left(\frac{\ell - z + z}{z(\ell - z)}\right) = J_A.\ddot{\theta} \\ \Rightarrow J_A.\ddot{\theta} + \frac{K.\ell}{z(\ell - z)}.\theta &= 0 \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{K.\ell}{J_A.z(\ell - z)}.\theta = 0 \quad \text{avec: } C_o = \frac{K}{\ell} \quad ; \quad K = C_o.\ell \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{C_o.\ell^2}{J_A.z(\ell - z)}.\theta = 0 \end{aligned}$$



2) Détermination de l'expression de T_o :

La solution de l'équation différentielle précédente s'écrit : $\theta = \theta_m.\cos\left(\frac{2\pi}{T_o}.t\right) \Rightarrow \dot{\theta} = -\theta_m.\frac{2\pi}{T_o}.\sin\left(\frac{2\pi}{T_o}.t\right)$ et:

$\ddot{\theta} = -\theta_m.\frac{4\pi^2}{T_o^2}.\cos\left(\frac{2\pi}{T_o}.t\right) = -\frac{4\pi^2}{T_o^2}.\theta$, en remplaçant dans l'équation différentielle :

$$-\frac{4\pi^2}{T_o^2}.\theta + \frac{C_o.\ell^2}{J_A.z(\ell - z)}.\theta = 0 \Rightarrow \theta\left(\frac{C_o.\ell^2}{J_A.z(\ell - z)} - \frac{4\pi^2}{T_o^2}\right) = 0 \quad \text{donc: } \frac{C_o.\ell^2}{J_A.z(\ell - z)} - \frac{4\pi^2}{T_o^2} = 0$$

$$\Rightarrow T_o^2 = 4\pi^2.\frac{J_A.z(\ell - z)}{C_o.\ell^2} \Rightarrow T_o = 2\pi\sqrt{\frac{J_A.z(\ell - z)}{C_o.\ell^2}}$$

3) 3-1- $z = \frac{\ell}{2} \Rightarrow T_o = \frac{2\pi}{\ell}\sqrt{\frac{J_A.\ell^2}{4.C_o}} = \pi\sqrt{\frac{J_A}{C_o}}$ La courbe de la figure (2) montre que : $\ddot{\theta} = \alpha.\theta$ avec : $\alpha = \frac{32 - 0}{\frac{\pi}{4} - 0} = 40,74$

donc: $\ddot{\theta} = -40,74 \times \theta$ (a) avec : $\theta = \theta_m.\cos\left(\frac{2\pi}{T_o}.t\right) \Rightarrow \dot{\theta} = -\theta_m.\frac{2\pi}{T_o}.\sin\left(\frac{2\pi}{T_o}.t\right)$ et: $\ddot{\theta} = -\theta_m.\left(\frac{2\pi}{T_o}\right)^2.\cos\left(\frac{2\pi}{T_o}.t\right)$

$$\Rightarrow \ddot{\theta} = -\left(\frac{2\pi}{T_o}\right)^2 \times \theta \quad \text{(b)} \quad \text{(b) = (a)} \Rightarrow \left(\frac{2\pi}{T_o}\right)^2 = 40,74 \quad \text{donc: } T_o = \sqrt{\frac{4\pi^2}{40,74}} = 0,98s$$

3-2- a) Dans le cas : $z = \frac{\ell}{2}$; on a : $C_1 = \frac{K}{z} = 2 \cdot \frac{K}{\ell}$ et : $C_2 = \frac{K}{\ell - z} = 2 \cdot \frac{K}{\ell}$ avec : $C_\diamond = \frac{K}{\ell} \Rightarrow C_1 = C_2 = 2C_\diamond$

En tenant compte de l'état de référence, l'énergie de potentielle de torsion du système est

$$E_t = \frac{1}{2} \cdot C_1 \cdot \theta^2 + \frac{1}{2} \cdot C_2 \cdot \theta^2 = C_\diamond \cdot \theta^2 + C_\diamond \cdot \theta^2 = 2 \cdot C_\diamond \cdot \theta^2$$

Son énergie cinétique est : $E_c = \frac{1}{2} J_\Delta \cdot \dot{\theta}^2$

L'énergie mécanique du système : $E_M = \frac{1}{2} J_\Delta \cdot \dot{\theta}^2 + 2 \cdot C_\diamond \cdot \theta^2$

b) Tous les frottements sont négligeables, donc l'énergie totale du système se conserve :

$$E_M = \frac{1}{2} J_\Delta \cdot \dot{\theta}_{\max}^2 = 2 \cdot C_\diamond \cdot \theta_{\max}^2$$

D'après la courbe de la figure(2) on a : $\theta_{\max} = \frac{\pi}{4}$

$$E_M = 2 \cdot C_\diamond \cdot \theta_{\max}^2 \Rightarrow C_\diamond = \frac{E_m}{2 \theta_{\max}^2} = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{2 \times \frac{\pi^2}{4^2}} = \frac{4 \cdot 10^{-3} \times 16}{2 \times 10} = 3,2 \cdot 10^{-2} \text{ N.mrad}^{-1}$$

SBIRO Abdelkrim Pour toute observation contactez-moi
sbiabdou@yahoo.fr