المادة : الفيزياء والكيمياء	المستوى : 2 علوم رياضية (أ) و (ب)	1

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2015 - الدورة العادية

أستاذ المادة : مصطفى قشيش المؤسسة : ثانوية بلال بن رباح التأهيلية - تمارة

الكيمياء

الجزء الأول: معايرة حمض وتصنيع إستر

1- معايرة حمض الإيثانويك:

1.1- كتابة معادلة تفاعل المعايرة:

$$CH_3COOH_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightarrow CH_3COO^-_{(aq)} + H_2O_{(\ell)}$$

1.2.1- مبيانيا حجم التكافؤ هو: $V_{BE} = 20mL$

2.2.1- حساب الكتلة m:

* عند التكافؤ: $C_A.V_A = C_B.V_{BE} \Rightarrow C_A = C_B.\dfrac{V_{BE}}{V_A}$

* ولدينا:

$$m = n.M(CH_3COOH) \Rightarrow m = C_A.V.M(CH_3COOH) \Rightarrow \underline{m = \frac{C_B.V_{BE}}{V_A}.V.M(CH_3COOH)}$$

ت.ع: $m = \dfrac{2.10^{-2} \times 20}{20} \times 1 \times 60 \Rightarrow \underline{m = 1,2g}$

3.1- تفاعل حمض الإيثانويك مع الماء تفاعل محدود:

* إنشاء الجدول الوصفي لهذا التحول:

معادلة التفاعل	$CH_3COOH_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} \rightleftarrows CH_3COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$				
حالة المجموعة	التقدم x	كميات المادة (mol)			
بدئية	$x=0$	0	0	وفير	$C_A.V$
بينية	x	x	x	وفير	$C_A.V-x$
توازن	$x=x_{éq}$	$x_{éq}$	$x_{éq}$	وفير	$C_A.V-x_{éq}$
قصوية	$x=x_{max}$	x_{max}	x_{max}	وفير	$C_A.V-x_{max}$

*حساب τ نسبة التقدم النهائي للتفاعل:

- حسب الجدول نجد، عند حالة التوازن:

$$n_{éq}(H_3O^+) = x_{éq} \Rightarrow [H_3O^+]_{éq} = \frac{n_{éq}(H_3O^+)}{V} = \frac{x_{éq}}{V} \Rightarrow x_{éq} = [H_3O^+]_{éq}.V$$

- عند الحالة القصوى: $C_A.V - x_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = C_A.V$

- نسبة التقدم النهائي للتفاعل:

$$\tau = \frac{x_{éq}}{x_m} \Rightarrow \tau = \frac{[H_3O^+]_{éq}.V}{C_A.V} \Rightarrow \tau = \frac{[H_3O^+]_{éq}}{C_A} \Rightarrow \underline{\tau = \frac{10^{-pH}}{C_A}}$$

- مبيانيا قبل إضافة محلول الصودا، فإن $pH \approx 3,2$ عند $V_{BE} = 0$:

ت.ع: $\tau = \dfrac{10^{-3,2}}{2.10^{-2}} \approx 0,031 = \underline{3,1\%}$

4.1- * إثبات العلاقة: $V_B.10^{-pH} = K_A.(V_{BE} - V_B)$

* الجدول الوصفي لتفاعل المعايرة:

معادلة التفاعل	$CH_3COOH_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightarrow CH_3COO^-_{(aq)} + H_2O_{(\ell)}$				
حالة المجموعة	التقدم x	كميات المادة			
الحالة البدئية	$x=0$	وفير	0	$n_i(HO^-) = C_B.V_{versé}$	$n_i(AH) = C_A.V_A$
الحالة البينية	x	وفير	x	$C_B.V_B - x$	$C_A.V_A - x = C_B.V_{BE} - x$

- قبل التكافؤ فإن المتفاعل المُحد هو أيونات الهيدروكسيد HO^- : $C_B.V_B - x = 0 \Rightarrow x = C_B.V_B$

- تكتب ثابتة الحمضية للمزدوجة $CH_3COOH_{(aq)} / CH_3COO^-_{(aq)}$:

$$K_A = \frac{[CH_3COO^-]_{éq} \times [H_3O^+]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq}} = \frac{\frac{x}{V_A+V_B}}{\frac{C_B.V_{BE}-x}{V_A+V_B}} \times 10^{-pH} = \frac{C_B.V_B}{C_B.V_{BE} - C_B.V_B} \times 10^{-pH}$$

$$\Rightarrow K_A = \frac{V_B}{V_{BE}-V_B} \times 10^{-pH} \Rightarrow \underline{K_A.(V_{BE}-V_B) = V_B.10^{-pH}}$$

* استنتاج قيمة الثابتة pK_A:

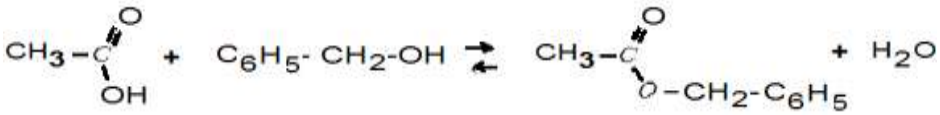
$$pK_A = -\log K_A \Rightarrow \underline{pK_A = -\log\left(\frac{V_B \times 10^{-pH}}{V_{BE}-V_B}\right)}$$

* مبيانيا عند V_B=16mL فإن pH=5,8 :

$$pK_A = -\log\left(\frac{16 \times 10^{-5,4}}{20-16}\right) \approx \underline{4,8}$$

1- تصنيع إستر:

1.2- كتابة المعادلة الكيميائية لتفاعل الأسترة:



2.2- حساب المردود r_1 لتفاعل الأسترة:

$$r_1 = \frac{n_{exp}(ester)}{n_{théo}(ester)} \Rightarrow r_1 = \frac{\frac{m}{M(ester)}}{x_{max}} = \frac{m}{M(ester).x_{max}} \Rightarrow \underline{r_1 = \frac{m}{M(ester).\frac{m_{ac}}{M_{ac}}}}$$

ت.ع:

$$r_1 = \frac{9,75}{150 \times \frac{6}{60}} \approx \underline{0,65 = 65\%}$$

3.2- إيجاد المردود r_2 لتفاعل الأسترة:

- في الحالة الأولى: تقدم التفاعل عند التوازن هو: $x_{éq} = n_{éq}(ester) = \frac{m}{M(ester)} = \frac{9,75}{150} = 6,5.10^{-2} mol$

فتكون قيمة ثابتة التوازن هي: $K=\frac{[ester]_{éq}\times[eau]_{éq}}{[acide]_{éq}[alcool]_{éq}}=\frac{x_{éq}^{\ 2}}{(n_i(ac)-x_{éq})^2}=\frac{0,065^2}{(0,1-0,065)^2}\approx 3,45$

- في الحالة الثانية لا تتغير ثابتة التوازن لكون درجة الحرارة لم تتغير:

$$K=\frac{x'^{\ 2}_{éq}}{(0,1-x'_{éq})(0,2-x'_{éq})}\approx 3,45 \Rightarrow 2,45.x'^{\ 2}_{éq}-1,032.x'_{éq}+0,069=0 \Rightarrow x'_{éq}\approx 0,083 mo\ell$$

- يكون المردود للتوازن الجديد: $r_2=\frac{n_{\exp}(ester)}{n_{thé}(ester)} \Rightarrow \underline{r_2=\frac{x'_{éq}}{x_{\max}}}$

ت.ع: $r_2=\frac{0,083}{0,1}\approx \underline{0,83=83\%}$

4.2- نقارن المردودين، فنجد: $r_2=83\% > r_1=65\%$

نستنتج أن وجود أحد المتفاعلين بوفرة يزيح حالة توازن المجموعة الكيميائية نحو المنحى المباشر: تفاعل الأسترة.

الجزء الثاني: دراسة العمود نيكل - كوبلت

1- اختيار الجواب الصحيح من بين الاقتراحات:

نحسب خارج التفاعل البدئي:

المعادلة الكيميائية للتفاعل أثناء اشتغال العمود: $Ni^{2+}(aq)+Co(S)\underset{(2)}{\overset{(1)}{\rightleftarrows}}Ni(S)+Co^{2+}(aq)$

$$Q_{r;i}=\frac{[Co^{2+}]_i}{[Ni^{2+}]_i}=\frac{C_2}{C_1}=\frac{0,3}{0,03}=\underline{10}$$

نلاحظ أن $Q_{r;i}=10<K=100$ ، فيحصل تطور للمجموعة الكيميائية في المنحى (1)، أي منحى اختفاء الكوبلت.

فتكون صفيحة النيكل هي القطب الموجب للعمود المدروس.

أ – خطأ ب – خطأ ج – صحيح د - خطأ

2- إيجاد تعبير التاريخ t_e الذي يتحقق عنده توازن المجموعة الكيميائية:

معادلة التفاعل	$Ni^{2+}(aq)$ + $Co(S)$ → $Ni(S)$ + $Co^{2+}(aq)$					كمية مادة الإلكترونات المتبادلة: $n(e^-)$
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة				
الحالة البدئية	0	$C_2.V$	$n_i(Ni)$	$n_i(Co)$	$C_1.V$	0
حالة التوازن	x_e	$C_2.V+x_e$	$n_i(Ni)+x_e$	$n_i(Co)-x_e$	$C_1.V-x_e$	$2x_e$

عند التوازن نكتب ثابتة التوازن : $K=\frac{[Co^{2+}]_e}{[Ni^{2+}]_e}=\frac{\frac{C_2.V+x_e}{V}}{\frac{C_1.V-x_e}{V}}=\frac{C_2.V+x_e}{C_1.V-x_e}$ ، ومنه (1) $x_e=\frac{V(KC_1-C_2)}{K+1}$

ونعلم أن: $Q=n(e^-).F=I.t_e$ مع $n(e^-)=2.x_e$ ، ومنه (2) $t_e=\frac{2.x_e.F}{I}$

نعوض (1) في (2)، فنحصل على العلاقة: $\underline{t_e=\frac{2FV(KC_1-C_2)}{I(K+1)}}$

ت.ع: $t_e = \dfrac{2\times 96500\times 0{,}1\times(100\times 0{,}03-0{,}3)}{0{,}1\times(100+1)} = \underline{5{,}16.10^3 s = 1h26\min}$

3- حساب التغير Δm لكتلة إلكترود النيكل بين اللحظتين $t=0$ و t_e:

- لدينا العلاقة: $\Delta m = \Delta n(Ni).M(Ni)$ (1)

- من الجدول الوصفي: $\Delta n(Ni) = n_e(Ni) - n_i(Ni) = (n_i(Ni) + x_e) - n_i(Ni) = x_e$ (2)

- من العلاقتين (1) و(2) نستنتج أن: $\Delta m = x_e.M(Ni)$

- بتعويض $x_e = \dfrac{V(KC_1 - C_2)}{K+1}$ نحصل على التعبير الأخير: $\underline{\Delta m = \dfrac{V(KC_1 - C_2)}{K+1}.M(Ni)}$

- ت.ع: $\Delta m = \dfrac{0{,}1\times(100\times 0{,}03-0{,}3)}{100+1}\times 58{,}7 = \underline{0{,}157\,g = 157\,mg}$

الفيزياء

تمرين1: التحولات النووية

1.1- معادلة تفاعل الاندماج: اتحاد نواتين خفيفتين لإنتاج نواة أكثر ثقلا.

توافق المعادلة A: $^2_1H + {}^3_1H \rightarrow {}^4_2He + {}^1_0n$

1.2.1- طاقة الربط بالنسبة لنوية لنواة $(^{235}_{92}U)$ $\mathcal{E}$:

$$\mathcal{E}(^{235}_{92}U) = \frac{E\ell(^{235}_{92}U)}{235} = \frac{(2{,}21625 - 2{,}19835)\times 10^5}{235}$$

$$\underline{\mathcal{E}(^{235}_{92}U) \approx 7{,}62\,Mev/nucléon}$$

2.2.1- الطاقة $|\Delta E_0|$ الناتجة عن التفاعل D:

$$|\Delta E_0| = |(2{,}19655 - 2{,}19835)\times 10^5| = \underline{180\,Mev}$$

1.2- حساب بالجول الطاقة $|\Delta E|$ الناتجة عن التحول:

$$4\,{}^1_1H \rightarrow {}^4_2He + 2.{}^0_1e$$

$$|\Delta E| = |\Delta m.c^2| = |[m(^4_2He) + 2.m(^0_1e) - 4.m(^1_1H)].c^2|$$

$$\Rightarrow |\Delta E| = |4{,}00151 + 2\times 5{,}48579.10^{-4} - 4\times 1{,}00728|\times u.c^2$$

$$\Rightarrow |\Delta E| = 0{,}026512\times u.c^2 \qquad (1u.c^2 = 931{,}5\,MeV)$$

$$\Rightarrow |\Delta E| = 0{,}026512\times 931{,}5\,MeV$$

$$\Rightarrow |\Delta E| \approx 24{,}7\,MeV \qquad (1MeV = 1{,}6022.10^{-13}J)$$

$$\Rightarrow |\Delta E| \approx 24{,}7\times 1{,}6022.10^{-13}J$$

$$\Rightarrow \underline{|\Delta E| \approx 3{,}96.10^{-12}J}$$

2.2- إيجاد عدد السنوات Δt اللازمة لاستهلاك كل الهيدروجين الموجود في الشمس:

- كتلة الهيدروجين المتواجدة في الشمس هي: $m_H = 10\%\times m_S$

- عدد نوى الهيدروجين الموافق: $N = \dfrac{m_H}{m(^1_1H)} = \dfrac{10\%\times m_S}{m(^1_1H)}$

- الطاقة $|\Delta E'|$ الناتجة عن تحول نواة واحدة من الهيدروجين هي: $|\Delta E'| = \frac{|\Delta E|}{4}$

- الطاقة $|\Delta E''|$ الناتجة عن تحول العدد N من النوى:

$$|\Delta E''| = N \times |\Delta E'| \Rightarrow |\Delta E''| = \frac{10\% \times m_S}{4 \times m(^1_1H)} \times |\Delta E|$$

- عدد السنوات Δt :

$$\Delta t = \frac{|\Delta E''|}{E_S} \Rightarrow \underline{\Delta t = \frac{10\% \times m_S}{4 \times m(^1_1H)} \times \frac{|\Delta E|}{E_S}}$$

ت.ع :
$$\Delta t = \frac{0{,}1 \times 2.10^{30}}{4 \times (1{,}00728 \times 1{,}66054.10^{-27})} \times \frac{3{,}96.10^{-12}}{10^{34}} \approx \underline{1{,}18.10^{10}\ ans}$$

تمرين2: الكهرباء

1: دراسة ثنائي القطب RL :

1.1- إثبات المعادلة التفاضلية لـ u_{R_1} بين مربطي الموصل الأومي:

- قانون إضافية التوترات: $u_b + u_{R1} = E$

- في اصطلاح المستقبل: $u_{R1} = R_1.i$ و $u_b = L.\frac{di}{dt} + r.i = \frac{L}{R_1}.\frac{du_{R1}}{dt} + r.\frac{u_{R1}}{R_1}$

- نعوض في المعادلة السابقة: $\frac{L}{R_1}.\frac{du_{R1}}{dt} + (\frac{r}{R_1}+1).u_{R1} = E$

أو
$$\underline{\frac{L}{(r+R_1)}.\frac{du_{R1}}{dt} + u_{R1} = \frac{R_1}{(r+R_1)}.E}$$

2.1- تحديد قيمة المقاومة r للوشيعة:

- في النظام الدائم، تكتب المعادلة التفاضلية على الشكل: $(u_{R1})_\infty = \frac{R_1}{(r+R_1)}.E$ ومنه: $\underline{r = \frac{R_1 \times E}{(u_{R1})_\infty} - R_1}$

- من المبيان الوارد في الشكل2، نجد: $(u_{R1})_\infty = 10{,}4V$

- ت.ع: $r = \frac{52 \times 12}{10{,}4} - 52 = \underline{8\Omega}$

3.1- التحقق من القيمة $L = 0{,}6H$:

- تعبير ثابتة الزمن لثنائي القطب المدروس: $\tau = \frac{L}{r+R_1}$ ومنه : $\underline{L = \tau \times (r+R_1)}$

- من المبيان الوارد في الشكل2، نجد: $\tau = 10ms = 10^{-2}s$

- ت.ع: $L = 10^{-2} \times (8+52) = \underline{0{,}6H}$

2: دراسة ثنائي القطب RC و RLC :

1.2- دراسة ثنائي القطب RC:

1.2.-1- تحديد قيمة R_0:

- حسب قانون إضافية التوترات بين A و B: $u_{AB}(t)=u_{R_0}+u_C(t)$

- عند اللحظة $t=0$: $u_C(0)=0$ و $u_{AB}(0)=u_{R_0}+u_C(0)=R_0.I_0+0$

- نستنتج أن: $\underline{R_0=\frac{u_{AB}(0)}{I_0}}$

- ت.ع: مبيانيا: $u_{AB}(0)=2V$ و $R_0=\frac{2}{4.10^{-6}}=\underline{5.10^5\Omega}$

2.1.-2- إيجاد قيمة C سعة المكثف:

- الدالة $u_{AB}(t)$ تآلفية: $u_{AB}(t)=a+b.t$ (1)

- لدينا كذلك: $u_{AB}(t)=u_{R_0}+u_C(t)=R_0.I_0+\frac{q(t)}{C}$ أو $u_{AB}(t)=R_0.I_0+\frac{I_0}{C}.t$ (2)

- بمطابقة العلاقتين (1) و(2) نستنتج أن: $\frac{I_0}{C}=b=\frac{\Delta u_{AB}}{\Delta t}$

- يكون تعبير سعة المكثف هو: $C=\frac{I_0}{\frac{\Delta u_{AB}}{\Delta t}}$

- ت.ع: $C=\frac{4.10^{-6}}{\frac{4-2}{5-0}}=\underline{10^{-5}F}$

2.2- دراسة ثنائي القطب RLC:

1-2.2- إثبات المعادلة التفاضلية لـ q شحنة المكثف:

- قانون إضافية التوترات: $u_b+u_R+u_c=0$

- في اصطلاح المستقبل: $u_R=R.i=R.\frac{dq}{dt}$ و $u_b=L.\frac{di}{dt}+r.i=L.\frac{d^2q}{dt^2}+r.\frac{dq}{dt}$ و $u_c=\frac{q}{C}$

- نعوض في المعادلة السابقة: $L.\frac{d^2q}{dt^2}+r.\frac{dq}{dt}+R.\frac{dq}{dt}+\frac{q}{C}=0$ أو $LC.\frac{d^2q}{dt^2}+(r+R)C.\frac{dq}{dt}+q=0$

أي: $\underline{\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{r+R}{L}.\frac{dq}{dt}+\frac{1}{LC}.q=0}$

2-2.2- تعبير $\frac{dE_t}{dt}$ بدلالة المقادير R وr وi:

- تعبير الطاقة الكلية للدارة عند اللحظة t:

$E_t=\frac{1}{2}C.(u_c)^2+\frac{1}{2}L.(i)^2$ أو $E_t=\frac{1}{2}C.u_c^2+\frac{1}{2}LC^2.(\frac{du_c}{dt})^2$ لأن $i=\frac{dq}{dt}=C.(\frac{du_c}{dt})$

- ومنه: $\frac{dE_t}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}C.u_c^2+\frac{1}{2}LC^2.(\frac{du_c}{dt})^2\right)=\frac{1}{2}C.\frac{d}{dt}(u_c^2)+\frac{1}{2}LC^2.\frac{d}{dt}((\frac{du_c}{dt})^2)$

أو: $\frac{dE_t}{dt}=\frac{1}{2}C.(2u_c.\frac{du_c}{dt})+\frac{1}{2}LC^2.(2.\frac{du_c}{dt}\frac{d^2u_c}{dt^2})$

أي: $\frac{dE_t}{dt}=\underbrace{C\frac{du_c}{dt}}_{A}.\underbrace{(u_c+LC\frac{d^2u_c}{dt^2})}_{B}$

- يكتب تعبير المقدار A : $A=C.\frac{du_c}{dt}=\frac{d(Cu_c)}{dt}=\frac{dq}{dt}=i$

- من المعادلة التفاضلية، نستنتج أن: $B=u_c+LC\frac{d^2u_c}{dt^2}=-(r+R)C.\frac{du_c}{dt}=-(r+R).A=-(r+R).i$

وبالتالي نحصل على تعبير $\frac{dE_t}{dt}$: $\frac{dE_t}{dt}=-(r+R).i^2$

2.2-3- * نبيّن أن: $U_0=-\frac{L}{R}\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t=0}$:

- تكتب المعادلة التفاضلية السابقة:

$L.\left(\frac{di}{dt}\right)(t)+(r+R).i(t)+u_c(t)=0$ أو $\frac{L}{R}.\left(\frac{du_R}{dt}\right)(t)+(r+R).\frac{u_R(t)}{R}+u_c(t)=0$

- عند اللحظة $t=0$: $u_C(0)=U_0$ و $u_R(0)=0$

- نستنتج أن: $\frac{L}{R}.\left(\frac{du_R}{dt}\right)(0)+(r+R).\frac{u_R(0)}{R}+u_c(0)=0$ يكافئ : $\frac{L}{R}.\left(\frac{du_R}{dt}\right)(0)+(r+R)\times\frac{0}{R}+U_0=0$

ومنه $U_0=-\frac{L}{R}\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t=0}$

* ت.ع:

مبيانيا نجد: $\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t=0}=\frac{0-(-4\times0,5)}{0-2,5.10^{-3}}=-800V.s^{-1}$

ومنه $U_0=-\frac{0,6}{40}\times(-800)=\underline{12V}$

2.2-4- إيجاد $|Ej|$ الطاقة المبددة بمفعول جول في الدارة بين اللحظتين $t=0$ و $t=t_1$:

- الطاقة الكلية للدارة عند اللحظة $t=0$: $E_{t=0}=\frac{1}{2}C.\underbrace{(u_c(0))}_{=U_0}^2+\frac{1}{2}L.\underbrace{(i(0))}_{=0}^2=\frac{1}{2}CU_0{}^2$

- الطاقة الكلية للدارة عند اللحظة $t=t_1$: $E_{t=t_1}=\frac{1}{2}C.\underbrace{(u_c(t_1))}_{=Uc_1}^2+\frac{1}{2}L.\underbrace{(i(t_1))}_{=\frac{U_{R_1}}{R}}^2=\frac{1}{2}CUc_1{}^2+\frac{L}{2R^2}U_{R_1}{}^2$

نعلم أن تعبير المعادلة التفاضلية عند اللحظة $t=t_1$ هو: $\frac{L}{R}.\underbrace{\left(\frac{du_R}{dt}\right)(t_1)}_{=0}+\frac{(r+R)}{R}.\underbrace{u_R(t_1)}_{U_{R_1}}+\underbrace{u_c(t_1)}_{Uc_1}=0$

ومنه نستنتج أن: $Uc_1=-\frac{(r+R)}{R}.U_{R_1}$

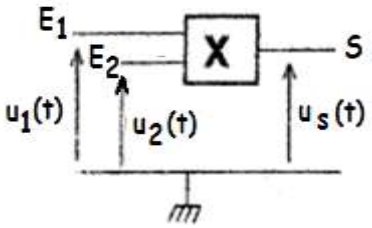
فتكتب الطاقة : $E_{t=t_1}=\frac{1}{2}CUc_1{}^2+\frac{L}{2R^2}U_{R_1}{}^2=\frac{1}{2}C\left(-\frac{(r+R)}{R}.U_{R_1}\right)^2+\frac{L}{2R^2}\left(U_{R_1}\right)^2$

أو: $E_{t=t_1}=\frac{1}{2}.\left(\frac{U_{R_1}}{R}\right)^2\times\left(L-(r+R)^2C\right)$

- يكون تعبير الطاقة المبددة هو: $|Ej|=\left|E_{t=t_1}-E_{t=0}\right|=\underline{\left|\frac{1}{2}.\left(\frac{U_{R_1}}{R}\right)^2\times\left(L-(r+R)^2C\right)-\frac{1}{2}CU_0{}^2\right|}$

- ت.ع: $|Ej|=\left|\frac{1}{2}\times\left(\frac{0,5}{40}\right)^2\times\left(0,6-(8+40)^2\times10^{-5}\right)-\frac{1}{2}\times10^{-5}\times12^2\right|\approx\underline{6,75.10^{-4}J}$

3: تضمين الوسع لإشارة جيبية:



1.3- كتابة توتر الخروج $u_S(t)$:

نبيِّن أن: $u_S(t)=\frac{A.m}{2}.\cos(2\pi.f_1.t)+A.\cos(2\pi.f_2.t)+\frac{A.m}{2}.\cos(2\pi.f_3.t)$

التوتر عند المخرج S:

$$u_s(t)=k.u_1(t).u_2(t)$$
$$\Rightarrow u_s(t)=k.\left[s(t)+U_0\right].U_m\cos(2\pi.F_p.t)$$
$$\Rightarrow u_s(t)=k.\left[S_m\cos(2\pi.f_S.t)+U_0\right].U_m\cos(2\pi.F_p.t)$$
$$\Rightarrow u_s(t)=k.S_m.U_m.\cos(2\pi.f_S.t)\cos(2\pi.F_p.t)+k.U_0.U_m\cos(2\pi.F_p.t)$$
$$\Rightarrow u_s(t)=\frac{k.S_m.U_m}{2}\left[\cos(2\pi.(F_p+f_s).t)+\cos(2\pi.(F_p-f_s).t)\right]+k.U_0.U_m\cos(2\pi.F_p.t)$$
$$\Rightarrow u_s(t)=\frac{k.U_0.U_m}{2}\underbrace{\frac{S_m}{U_0}}_{m}\left[\cos(2\pi.(F_p+f_s).t)+\cos(2\pi.(F_p-f_s).t)\right]+\underbrace{k.U_0.U_m}_{A}\cos(2\pi.F_p.t)$$
$$\Rightarrow u_s(t)=\frac{A.m}{2}.\cos(2\pi.(F_p+f_s).t)+\frac{A.m}{2}.\cos(2\pi.(F_p-f_s).t)+A.\cos(2\pi.F_p.t)$$

- نضع: $A=kU_0U_m$ و $m=\frac{S_m}{U_0}$ و $f_1=F_p-f_S$ و $f_2=F_p$ و $f_3=F_p+f_S$

ومنه: $\underline{u_s(t)=\frac{A.m}{2}.\cos(2\pi.f_2.t)+A.\cos(2\pi.f_1.t)+\frac{A.m}{2}.\cos(2\pi.f_3.t)}$

2.3- تحديد قيمة كل من نسبة التضمين m والتردد f_S:

- من الشكل7:

* وسع الحزة ذات التردد $f_1=F_p-f_S=5,5kHz$ هو: $\frac{A\times m}{2}=0,5V$

* وسع الحزة ذات التردد $f_2=F_p=6kHz$ هو: $A=2V$

* وسع الحزة ذات التردد $f_3=F_p+f_S=6,5kHz$ هو: $\frac{A\times m}{2}=0,5V$

نستنتج إذن أن: $m=0,5$ و $f_S=0,5kHz$ و $F_p=6kHz$

التضمين الحاصل جيد لأن $m<1$ و $F_p>>f_S$

3.3- تحديد قيمة السعة C_0:

- تعبير سعة المكثف المكافئ لتجميع المكثفين المدروسين عل التوالي هو: $C_{eq}=\frac{C_0\times C}{C_0+C}$ ومنه: $C_0=\frac{C_{eq}\times C}{C-C_{eq}}$ (1)

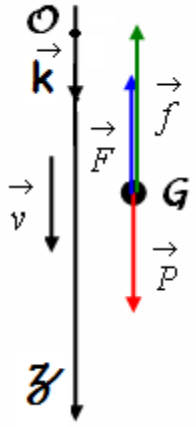
- لانتقاء الموجة المضمنة بشكل جيد يجب أن يتحقق: $F_p=\frac{1}{2\pi\sqrt{L_0.C_{eq}}}$ ومنه: $C_{eq}=\frac{1}{4\pi^2.F_p{}^2.L_0}$ (2)

- من العلاقتين (1) و(2) نستنتج: $C_0=\frac{\frac{1}{4\pi^2.F_p{}^2.L_0}\times C}{C-\frac{1}{4\pi^2.F_p{}^2.L_0}}$ أو $C_0=\frac{C}{4\pi^2.F_p{}^2.L_0.C-1}$

- ت.ع: $C_0=\frac{10^{-5}}{4\pi^2\times(6.10^3)^2\times6.10^{-2}\times10^{-5}-1}=1,17.10^{-8}F$

تمرين3: الميكانيك

الجزء الأول: دراسة السقوط الرأسي باحتكاك



1- إثبات المعادلة التفاضلية لـ $v(t)$ سرعة مركز قصور الكرية:

- المجموعة المدروسة : { الكرية}

- تخضع المجموعة إلى التأثيرات التالية:

وزنها $\vec{P}$ - تأثير دافعة أرخميدس $\vec{F}$ - تأثير قوة الاحتكاك المائع $\vec{f}$

- نطبق القانون الثاني لنيوتن في معلم أرضي، فنكتب: $\vec{P}+\vec{F}+\vec{f}=m.\vec{a}_G$

- نسقط هذه العلاقة المتجهية على المحور الرأسي $(O,\vec{k})$ الموجه نحو الأسفل:

$$mg-\rho_\ell gV_S-\lambda v=m.\frac{dv}{dt} \quad \text{مع} \quad m=\rho_S.V_S$$

إذا: $\rho_S.V_S.g-\rho_\ell gV_S-\lambda.v=\rho_S.V_S.\frac{dv}{dt}$ أو: $\frac{\rho_S.V_S.g-\rho_\ell gV_S}{\rho_S.V_S}-\frac{\lambda.v}{\rho_S.V_S}=\frac{dv}{dt}$

ومنه $\frac{dv}{dt}+\frac{\lambda}{\rho_S.V_S}.v=g.(1-\frac{\rho_\ell}{\rho_S})$

2- تحديد قيمة $a_0=a(0)$ التسارع البدئي للكرية:

- تكتب المعادلة التفاضلية عند اللحظة $t=0$: $\left(\frac{dv}{dt}\right)_{t=0}+\frac{\lambda}{\rho_S.V_S}.v(0)=g.(1-\frac{\rho_\ell}{\rho_S})$

- نعلم أن: $a_0=a(0)=\left(\frac{dv}{dt}\right)_{t=0}$ و $v(0)=0$

- نستنتج أن: $a_0=g.(1-\frac{\rho_\ell}{\rho_S})$

- ت.ع: $a_0=9,8.(1-0,15)=8,33ms^{-2}$

3- إيجاد v_ℓ القيمة للسرعة الحدية:

- السرعة الحدية هي السرعة التي تمتلكها الكرية عندما تصل النظام الدائم أي عندما تصبح $(\frac{dv}{dt})_{\infty} = 0$ و $v = v_{\ell}$

- تكتب المعادلة التفاضلية في هذه الحالة: $\left(\frac{dv}{dt}\right)_{\infty} + \frac{\lambda}{\rho_S.V_S}.v_{\ell} = g.(1-\frac{\rho_{\ell}}{\rho_S})$

- نستنتج أن: $\underline{v_{\ell} = \frac{g}{\frac{\lambda}{\rho_S.V_S}}.(1-\frac{\rho_{\ell}}{\rho_S})}$

- ت.ع: $\underline{v_{\ell} = \frac{9,8}{12,4}.(1-0,15) \approx 0,67 m.s^{-1}}$

4- * إثبات، باعتماد طريقة أولير، أن: $\frac{v_2}{v_1} = 2 - \frac{\Delta t}{\tau}$

- حسب علاقة أولير: $v_2 = v_1 + a_1.\Delta t$ (1) و $v_1 = v_0 + a_0.\Delta t = a_0.\Delta t \Leftrightarrow a_0 = \frac{v_1}{\Delta t}$ (2)

- حسب المعادلة التفاضلية: $a_1 = a_0 - \frac{v_1}{\tau}$ (3)

- نعوض (3) في (1): $v_2 = v_1 + (a_0 - \frac{v_1}{\tau}).\Delta t$ (4)

- نعوض (2) في (4): $v_2 = v_1 + (\frac{v_1}{\Delta t} - \frac{v_1}{\tau}).\Delta t \Leftrightarrow v_2 = v_1 + (1-\frac{\Delta t}{\tau}).v_1 \Leftrightarrow v_2 = 2.v_1 - \frac{\Delta t}{\tau}.v_1$

- نستنتج أن: $\underline{\frac{v_2}{v_1} = 2 - \frac{\Delta t}{\tau}}$

* حساب v_2 و v_1:

- لدينا: $v_1 = a_0.\Delta t$ ، ت.ع: $v_1 = 8,33 \times 8.10^{-3} \approx \underline{6,66.10^{-2} m.s^{-1}}$

- لدينا: $v_2 = v_1 \times (2 - \frac{\Delta t}{\tau})$ ، ت.ع: $v_2 = 6,66.10^{-2} \times (2 - \frac{8.10^{-3}}{\frac{1}{12,4}}) \approx \underline{0,126 m.s^{-1}}$

5- تحديد قيمة t_{ℓ}:

- نقوم بحل المعادلة: $v(t_{\ell}) = 0,99 v_{\ell}$

- تكتب المعادلة على الشكل: $v_{\ell}(1-e^{-\frac{t_{\ell}}{\tau}}) = 0,99 v_{\ell}$

- نحصل على التعبير: $\underline{t_{\ell} = \tau.\ln 100}$

- ت.ع: $t_{\ell} = \frac{\ln 100}{12,4} = \underline{0,37 s}$

6- إيجاد المسافة d التي قطعتها الكرية أثناء النظام الانتقالي:

- أثناء النظام الانتقالي تقطع الكرية المسافة d خلال المدة الزمنية $\Delta t_1 = t_{\ell}$.

- أثناء النظام الدائم تقطع الكرية المسافة $d' = H - z_0 - d$ خلال المدة الزمنية Δt_2 بسرعة ثابتة v_{ℓ} بحيث $\Delta t_2 = \frac{H - z_0 - d}{v_{\ell}}$.

- نعلم أن مدة حركة الكرية داخل السائل لقطع المسافة $H - z_0$ هي Δt_f .

- مما سبق نكتب العلاقة بين المدد السابقة: $\Delta t_f = \Delta t_1 + \Delta t_2$

- نحصل على العلاقة التالية بعد التعويض: $\Delta t_f = t_\ell + \dfrac{H - z_0 - d}{v_\ell}$

- نستنتج التعبير للمسافة المقطوعة: $\underline{d = H - z_0 - v_\ell(\Delta t_f - t_\ell)}$

- ت.ع: $d = 0{,}796 - 0{,}03 - 0{,}67 \times (1{,}14 - 0{,}37) \approx \underline{0{,}25m = 25cm}$

الجزء الثاني: الدراسة الطاقية لنواس مرن

1- تحديد تعبير الإطالة $\Delta\ell_0$ عند التوازن:

+ يخضع الجسم (S) إلى التأثيرات التالية:

* $\vec{P}$ وزنه * $\vec{R}$ تأثير السطح المائل * $\vec{T}_0$ تأثير النابض.

+ حسب شرط التوازن فإن: $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T_0} = 0$

+ نسقط هذه العلاقة على المحور Ox: $mg\sin(\alpha) + 0 - k\Delta\ell_0 = 0$ أو $mg\sin(\alpha) - k\Delta\ell_0 = 0$

+ نستنتج التعبير المطلوب: $\underline{\Delta\ell_0 = \dfrac{mg\sin(\alpha)}{k}}$

1.2- إيجاد، عند اللحظة t، تعبير طاقة الوضع E_p للمتذبذب:

- تعبير طاقة الوضع الثقالية: بالنسبة لمحور Oz رأسي وموجه نحو الأعلى: $E_{pp} = mg(z - z_0)$

مع $z_0 = 0$ و $z = -x.\sin(\alpha)$ ، فإن: $E_{pp} = -mg.x.\sin(\alpha)$

- تعبير طاقة الوضع المرنة: $E_{pe} = \dfrac{1}{2}k(\Delta\ell)^2 + C$

عند $\Delta\ell = \Delta\ell_0$ فإن $E_{pe}(\Delta\ell_0) = \dfrac{1}{2}k(\Delta\ell_0)^2 + C = 0$ ومنه $C = -\dfrac{1}{2}k(\Delta\ell_0)^2$

فيكتب تعبير هذه الطاقة: $E_{pe} = \dfrac{1}{2}k(\Delta\ell)^2 - \dfrac{1}{2}k(\Delta\ell_0)^2$

عند اللحظة t، فإن تعبير إطالة النابض هي: $\Delta\ell = \Delta\ell_0 + x$ ، ومنه: $E_{pe} = \dfrac{1}{2}k(x + \Delta\ell_0)^2 - \dfrac{1}{2}k(\Delta\ell_0)^2$

أخيرا نحصل على التعبير: $E_{pe} = \dfrac{1}{2}kx^2 + k\Delta\ell_0.x$

- تعبير طاقة الوضع E_p للمتذبذب: $E_p = \underbrace{-mg.x.\sin(\alpha) + k\Delta\ell_0.x}_{=0} + \dfrac{1}{2}kx^2 \Leftrightarrow E_p = E_{pp} + E_{pe}$

ويكون التعبير النهائي هو: $\underline{E_p = \dfrac{1}{2}kx^2}$

2.2- إيجاد المعادلة التفاضلية لـ x:

- تعبير الطاقة الميكانيكية للمتذبذب الميكانيكي: $E_m = E_c + E_p = \dfrac{1}{2}m\dot{x}^2 + \dfrac{1}{2}kx^2$

- الاحتكاكات مهملة، فتنحفظ الطاقة الميكانيكية: $\dfrac{dE_m}{dt} = 0$

- نقوم باشتقاق تعبير الطاقة الميكانيكية:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}m\dot{x}^2+\frac{1}{2}kx^2\right)=0$$

$$\frac{1}{2}m\frac{d}{dt}(\dot{x}^2)+\frac{1}{2}k\frac{d}{dt}(x^2)=0$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{2}m.(2\dot{x}\frac{d\dot{x}}{dt})+\frac{1}{2}k.(2x\frac{dx}{dt})=0 \qquad \frac{dx}{dt}=\dot{x} \quad و \quad \frac{d\dot{x}}{dt}=\ddot{x}$$

$$\Leftrightarrow \quad \underbrace{\frac{dx}{dt}}_{\neq 0}\left(m.\ddot{x}+k.x\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \quad m.\ddot{x}+k.x=0$$

$$\Leftrightarrow \quad \ddot{x}+\frac{k}{m}.x=0$$

1.3.2- إيجاد قيمة كل من المقادير k و X_m و φ :

- حسب مخطط الطاقة فإن: الدور الخاص للمتذبذب $T_0=2T$ $\Leftrightarrow$ $2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}=2T$ $\Leftrightarrow$ $k=\frac{\pi^2.m}{T^2}$

ت.ع:

$$k=\frac{10\times 0{,}1}{0{,}2^2}=25N.m^{-1}$$

- لدينا تعبير الطاقة E_p هو: $E_p=\frac{1}{2}k.x^2=\frac{1}{2}.kX_m^2\cos^2(\frac{2\pi}{T_0}t+\phi)=E_{pm}\cos^2(\frac{2\pi}{T_0}t+\phi)$

ومنه: $E_{pm}=\frac{1}{2}.kX_m^2$ أي: $X_m=\sqrt{\frac{2.E_{pm}}{k}}$ مع $E_{pm}=5.10^{-3}J$ حسب مخطط الطاقة.

ت.ع:

$$X_m=\sqrt{\frac{2\times 5.10^{-3}}{25}}=0{,}02m=2cm$$

- لدينا تعبير الأفصول هو: $x(t)=X_m\cos(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi)$

وعند اللحظة t فإن: $x(0)=X_m\cos(\varphi)=X_0>0$ $\Leftrightarrow$ $\cos(\varphi)>0$

- لدينا عند اللحظة $t=0$: $E_p(0)=\frac{1}{2}.kX_m^2\cos^2(\varphi)=E_{pm}\cos^2(\varphi)$ $\Leftrightarrow$ $\cos^2(\varphi)=\frac{E_p(0)}{E_{pm}}$

ومنه:

$$\cos(\varphi)=\sqrt{\frac{E_p(0)}{E_{pm}}}$$

ت.ع: $\cos(\varphi)=\sqrt{\frac{1{,}25.10^{-3}}{5.10^{-3}}}=0{,}5$ أي: $\varphi=\frac{\pi}{3}rad$

2.3.2- إيجاد تعبير السرعة V_0 :

- تعبير الطاقة الميكانيكية عند اللحظة $t=0$:

$$E_{m0} = \frac{1}{2}m.V_0^2 + \frac{1}{2}k.X_0^2 \Leftrightarrow E_{m0} = \frac{1}{2}m.\dot{x}(0)^2 + \frac{1}{2}k.x(0)^2$$

- نلاحظ من خلال مخطط الطاقة أن: $\frac{1}{2}k.X_m^2 = 4\times\left(\frac{1}{2}k.X_0^2\right) \Leftrightarrow E_{pm} = 4\times E_{p0}$

- نعوض في التعبير السابق: $E_{m0} = \frac{1}{2}m.V_0^2 + \frac{1}{8}k.X_m^2$

- تعبير الطاقة الميكانيكية عند توقف المتذبذب: $E_{m1} = \frac{1}{2}k.X_m^2$

- تنحفظ الطاقة الميكانيكية للمتذبذب: $E_{m0} = E_{m1}$

نكتب المعادلة:

$$\frac{1}{2}m.V_0^2 + \frac{1}{8}k.X_m^2 = \frac{1}{2}k.X_m^2$$
$$\Rightarrow 4m.V_0^2 + k.X_m^2 = 4k.X_m^2$$
$$\Rightarrow 4m.V_0^2 = 3k.X_m^2$$
$$\Rightarrow V_0 = X_m\sqrt{\frac{3k}{4m}}$$