بسم الله الرحمان الرحيم

تصحيح الإمتحان الوطني الموحد للبكالوريا شعبة العلوم الرياضية (أ) و(ب)

الدورة العادية 2016

إعداد: رشيد بومكحلة

الكيمياء

الجزء الأول: دراسة محلول مائي للأمونياك وتفاعله مع حمض:

1- دراسة محلول مائي للأمونياك:

1-1-1: المعادلة الكيميائية لتفاعل الأمونياك مع الماء:

$$NH_{3(aq)} + H_2O_{(l)} \rightleftarrows NH_{4(aq)}^{+} + HO_{(aq)}^{-}$$

1-1-2: تعبير نسبة التقدم النهائي τ_1 بدلالة C_1 وpH_1 وK_e: والتحقق من قيمته:

الجدول الوصفي:

معادلة التفاعل	$NH_{3(aq)} + H_2O_{(l)} \rightleftarrows NH_{4(aq)}^{+} + HO_{(aq)}^{-}$			
حالة المجموعة	تقدم المجموعة	كميات المادة		
الحالة البدئية	x=0	0	0	وفير	C_1V
الحالة النهائية	x_f	x_f	x_f	وفير	$C_1V - x_f$
الحالة النهائية باعتبار التحول كلي	x_{max}	x_{max}	x_{max}	وفير	$C_1V - x_{max}$

لدينا: $\tau_1 = \dfrac{x_f}{x_{max}}$

✓ تحديد x_f : لدينا: $x_f = n_f(HO^-) = \left[HO^-\right]_f .V$

✓ تحديد x_{max} : باعتبار التحول كلي وبما أن الماء وفير فإن الأمونياك هو المتفاعل المحد

ومنه: $C_1V - x_{max} = 0$ أي: $x_{max} = C_1V$

✓ وبالتالي: $\tau_1 = \dfrac{x_f}{x_{max}} = \dfrac{\left[HO^-\right]_f .V}{C_1.V} = \dfrac{\left[HO^-\right]_f}{C_1}$

ونعلم أن: $\left[HO^-\right]_f = \dfrac{K_e}{\left[H_3O^+\right]} = \dfrac{K_e}{10^{-pH_1}} = K_e.10^{pH_1}$

إذن: $\tau_1 = \dfrac{K_e.10^{pH_1}}{C_1}$

تطبيق عددي: $\tau_1 = \dfrac{10^{10,6}.10^{-14}}{10^{-2}} = 3,98.10^{-2} = 3,98\% \approx 4\%$

1-1-3: تعبير ثابتة التوازن K بدلالة τ_1 و C_1:

لدينا: $K = \dfrac{\left[HO^-\right]_f .\left[NH_4^+\right]_f}{\left[NH_3\right]_f}$

وحسب الجدول الوصفي لدينا: $\left[NH_4^+\right]_f = \dfrac{x_f}{V} = \left[HO^-\right]_f$ و

$$\left[NH_3\right]_f = \frac{n_f(NH_3)}{V} = \frac{C_1V - x_f}{V} = C_1 - \frac{x_f}{V} = C_1 - \left[HO^-\right]_f$$

وبالتالي: $K=\frac{\left[HO^-\right]_f^2}{C_1-\left[HO^-\right]_f}$ وحسب السؤال السابق لدينا: $\tau_1=\frac{\left[HO^-\right]_f}{C_1}$ إذن: $\left[HO^-\right]_f=\tau_1 C_1$

وبالتالي: $K=\frac{\left[HO^-\right]_f^2}{C_1-\left[HO^-\right]_f}=\frac{\tau_1^2 C_1^2}{C_1-\tau_1 C_1}=\frac{\tau_1^2 C_1^2}{C_1.(1-\tau_1)}$ إذن:

$$K=\frac{\tau_1^2 C_1}{1-\tau_1}$$

تطبيق عددي: $K=\frac{(3,98.10^{-2})^2\times 10^{-2}}{1-3,98.10^{-2}}$

$$K=1,65.10^{-5}$$

1-2-1:المنحنى الموافق للنوع القاعدي للمزدوجة $NH_{4(aq)}^+ / NH_{3(aq)}$:

يكون النوع القاعدي مهيمنا عندما pH المحلول كبيرة. وهو مايتوافق مع المنحنى (2). المنحنى (2) يمثل مخطط توزيع النوع القاعدي NH_3.

1-2-2: أ- تحديد pK_{A1}:

عندما يكون $\left[NH_4^+\right]=\left[NH_3\right]=50\%$ فإن $pH=pK_{A1}$ وهوما يوافق من خلال المنحنى أن $pK_{A1}=9,2$.

1-2-2: ب- تحديد τ_2:

لدينا: $\tau_2=\frac{\left[HO^-\right]_f}{C_2}$ $\Longleftarrow$ $C_2=\frac{\left[HO^-\right]_f}{\tau_2}$ نعوض في تعبير K التي لا تتعلق بالحالة البدئية للمجموعة نجد:

$K=\frac{\tau_2^2 C_2}{1-\tau_2}=\frac{\tau_2^2\frac{\left[HO^-\right]_f}{\tau_2}}{1-\tau_2}=\frac{\tau_2\left[HO^-\right]_f}{1-\tau_2}$ وبقسمة البسط والمقام على τ_2 نجد: $\Longleftarrow$ $K=\frac{\left[HO^-\right]_f}{\frac{1}{\tau_2}-1}$

$\frac{1}{\tau_2}-1=\frac{\left[HO^-\right]_f}{K}$ $\Longleftarrow$ $\frac{1}{\tau_2}=\frac{\left[HO^-\right]_f}{K}+1=\frac{\left[HO^-\right]_f+K}{K}=\frac{K_e 10^{pH_2}+K}{K}$ وبالتالي:

$$\tau_2=\frac{K}{K+K_e.10^{pH_2}}$$

تطبيق عددي $\tau_2=\frac{1,65.10^{-5}}{1,65.10^{-5}+10^{-14}.10^{10,4}}$ أي: $\tau_2=6,16.10^{-2}\approx 6,16\%$

1-2-3: تأثير التخفيف على نسبة التقدم النهائي:

لدينا: $\tau_2 \succ \tau_1$ إذن التخفيف يؤدي إلى رفع نسبة التقدم النهائي لتفاعل القاعدة مع الماء.

وبالتالي نسبة التقدم النهائي تتعلق بالحالة البدئية للمجموعة.

2- دراسة تفاعل الأمونياك مع الأيون مثيل أمونيوم:

2-1: المعادلة المنذمجة لتفاعل الأمونياك مع الأيون مثيل أمونيوم:

$$NH_{3(aq)}+CH_3NH_{3(aq)}^+ \rightleftarrows NH_{4(aq)}^+ + CH_3NH_{2(aq)}$$

2-2: قيمة ثابتة التوازن 'K المقرونة بمعادلة هذا التفاعل:

لدينا:

$$K' = \frac{[CH_3NH_2]_f \cdot [NH_4^+]_f}{[CH_3NH_3^+] \cdot [NH_3]_f} = \frac{[CH_3NH_2]_f \cdot [H_3O^+]_f}{[CH_3NH_3^+]} \cdot \frac{[NH_4^+]_f}{[NH_3]_f \cdot [H_3O^+]_f} = K_{A2} \cdot \frac{1}{K_{A_1}}$$

وبالتالي:

$$K' = \frac{K_{A2}}{K_{A1}} = \frac{10^{-pK_{A2}}}{10^{-pK_{A1}}} = 10^{pK_{A1} - pK_{A2}}$$

تطبيق عددي:

$K' = 3{,}16.10^{-2}$

2-3 لنبين التعبير المطلوب:

الجدول الوصفي:

معادلة التفاعل		$NH_{3(aq)} + CH_3NH^+_{3(aq)} \rightleftarrows NH^+_{4(aq)} + CH_3NH_{2(aq)}$			
حالة المجموعة	تقدم المجموعة	كميات المادة			
الحالة البدئية	x=0	0	0	CV	CV
التوازن	$x_{éq}$	$x_{éq}$	$x_{éq}$	$CV - x_{éq}$	$CV - x_{éq}$

لدينا من خلال الجدول الوصفي: $[CH_3NH_2]_{éq} = \frac{x_{éq}}{V_T}$ و $[NH_4^+]_{éq} = [CH_3NH_3^+]_{éq} = \frac{CV - x_{éq}}{V_T}$

مع $V_T = 2V$، نعوض في ثابتة التوازن K' نجد:

$$K' = \frac{[CH_3NH_2]_{éq} \cdot [NH_4^+]_{éq}}{[CH_3NH_3^+]_{éq} \cdot [NH_3]_{éq}} = \frac{(\frac{x_{éq}}{V_T})^2}{(\frac{CV - x_{éq}}{V_T})^2} = \left(\frac{x_{éq}}{CV - x_{éq}}\right)^2 \Rightarrow \sqrt{K'} = \frac{x_{éq}}{CV - x_{éq}}$$

$$x_{éq} = \sqrt{K'}(CV - x_{éq}) = \sqrt{K'}CV - x_{éq}\sqrt{K'} \Rightarrow x_{éq} + x_{éq}\sqrt{K'} = \sqrt{K'}CV$$

$$x_{éq}(1 + \sqrt{K'}) = \sqrt{K'}CV \Rightarrow \text{وبالتالي: } x_{éq} = \frac{\sqrt{K'}CV}{1 + \sqrt{K'}}$$

ومنه: $[NH_4^+]_{éq} = [CH_3NH_2]_{éq} = \frac{x_{éq}}{V_T} = \frac{\frac{\sqrt{K'}CV}{1 + \sqrt{K'}}}{2V}$ وبالتالي النتيجة المطلوبة:

$$[NH_4^+]_{éq} = [CH_3NH_2]_{éq} = \frac{C}{2} \cdot \frac{\sqrt{K'}}{1 + \sqrt{K'}}$$

2-4: تحديد pH الخليط عند التوازن:

نعلم أن: $pH = pK_{A2} + \log \frac{[CH_3NH_2]_{éq}}{[CH_3NH_3^+]_{éq}}$ مع: $[CH_3NH_2]_{éq} = \frac{C}{2} \cdot \frac{\sqrt{K'}}{1 + \sqrt{K'}}$ و

$$\left[CH_3NH_3^+\right]_{éq}=\frac{CV-x_{éq}}{2V}=\frac{C}{2}-\frac{x_{éq}}{2V}=\frac{C}{2}-\frac{C}{2}.\frac{\sqrt{K'}}{1+\sqrt{K'}}=\frac{C}{2}\times\left(1-\frac{\sqrt{K'}}{1+\sqrt{K'}}\right)$$

وبالتالي: $pH=pK_{A2}+\log\dfrac{\dfrac{\sqrt{K'}}{1+\sqrt{K'}}}{1-\dfrac{\sqrt{K'}}{1+\sqrt{K'}}}=pK_{A2}+\log(\sqrt{K'})$

ومنه: $pH=pK_{A2}+\log(\sqrt{K'})$

تطبيق عددي: pH=9,95

الجزء الثاني:التحليل الكهربائي لمحلول مائي لنترات الفضة:

1- معادلة التفاعل الحاصل عند الأنود:

بجوار الأنود تتم أكسدة جزيئات H_2O إلى غاز ثنائي الأوكسجين في وسط حمضي وفق المعادلة الكميائية التالية:

$$6H_2O_{(l)}\rightarrow O_{2(g)}+4H_3O^+_{(aq)}+4e^-$$

2- لنبين التعبير المطلوب:

لدينا: $n_i(H_3O^+)=\left[H_3O^+\right]_i.V=10^{-pH_0}.V$

الجدول الوصفي للتفاعل الحاصل بجوار الأنود:

معادلة التفاعل	$6H_2O_{(l)}\rightarrow O_{2(g)}+4H_3O^+_{(aq)}+4e^-$			
حالة المجموعة	تقدم المجموعة	كميات المادة		
الحالة البدئية	x=0	-	$10^{-pH_0}.V$	0	وفير
عند لحظة t		$4x$	$10^{-pH_0}.V+4x$	x	وفير

لدينا عند لحظة t من خلال الجدول الوصفي: $n_t(H_3O^+)=10^{-pH_0}.V+4x$ وبالتالي: $x=\dfrac{n_t(H_3O^+)-10^{-pH_0}.V}{4}$

من جهة أخرى لدينا: $n_t(H_3O^+)=\left[H_3O^+\right]_t.V=10^{-pH_t}.V$ إذن :

$$x=\frac{10^{-pH_t}.V-10^{-pH_0}.V}{4}=\frac{V}{4}.(10^{-pH_t}-10^{-pH_0})$$

3- لنحدد اللحظة t_1 لتكون pH_1=1,5:

لدينا: كمية الكهرباء تعرف بالعلاقة : $Q=I.t_1=n(e^-).F$ مع : $n(e^-)=4x=V.(10^{-pH_1}-10^{-pH_0})$

ومنه: $I.t_1=V.(10^{-pH_1}-10^{-pH_0}).F$ وبالتالي:

$$t_1=\frac{V.(10^{-pH_1}-10^{-pH_0}).F}{I}$$

تطبيق عددي:

$$t_1=\frac{0,4.(10^{-1,5}-10^{-3}).9,65.10^4}{2,66.10^{-1}}$$

$$t_1=4443,75s$$

الفيزياء:

التحولات النووية: النشاط الإشعاعي للبولونيوم:

1- معادلة التحول مع تحديد Z:

$^{210}_{84}Po\rightarrow{}^{206}_{Z}Pb+{}^{4}_{2}He$ وحسب قانون الإنحفاظ لصوداي لدينا: 2+Z=84 إذن: Z=82

وبالتالي تصبح معادلة التحول: $^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + {}^{4}_{2}He$

2- <u>الطاقة الناتجة عن تفتت نواة واحدة من البلونيوم 210:</u>

لدينا:

$$\Delta E = E_\ell(^{210}Po) - E_\ell(^{206}Pb) - E_\ell(\alpha)$$
$$= 1644,9 - 1622 - 28,2989$$
$$= -5,3989\,\text{MeV}$$

وبالتالي: $|\Delta E| = 5,3989\,MeV$

<u>3-1: عدد النوى المفتت هو:</u>

الجواب الصحيح هو: $N_D = \frac{15N_0(Po)}{16}$

<u>3-2</u> <u>تحديد عمر النصف $t_{1/2}$:</u>

لدينا $N_{t_{1/2}}(Po) = \frac{N_0(Po)}{2}$ إذن $\frac{N_0(Po)}{N_{t_{1/2}}(Po)} = 2$ ومنه: $\ln\left(\frac{N_0(Po)}{N_{t_{1/2}}(Po)}\right) = \ln(2)$ وهو ما يوافق مبيانيا:

$t_{1/2}$=138Jours

<u>3-3:تحديد اللحظة t_1:</u>

نعلم أن $N(Pb) = N_0(Po) - N(Po)$ إذن: $\frac{N(Pb)}{N(Po)} = \frac{N_0(Po) - N(Po)}{N(Po)} = \frac{N_0(Po)}{N(Po)} - 1$ وبالتالي:

$$\frac{N_0(Po)}{N(Po)} = 1 + \frac{N(Pb)}{N(Po)} \quad (1)$$

وحسب قانون التناقص الإشعاعي لدينا: $N(Po) = N_0(Po).e^{-\lambda t_1}$ أي $\frac{N_0(Po)}{N(Po)} = e^{\lambda t_1}$ $\Leftarrow$

$$t_1 = \frac{1}{\lambda}\ln\left(\frac{N_0(Po)}{N(Po)}\right) = \frac{t_{1/2}}{\ln(2)}\ln\left(\frac{N_0(Po)}{N(Po)}\right)$$

وحسب العلاقة (1) نستنتج أن :

$$t_1 = \frac{t_{1/2}}{\ln(2)}\ln\left(1 + \frac{N(Pb)}{N(Po)}\right)$$

تطبيق عددي:

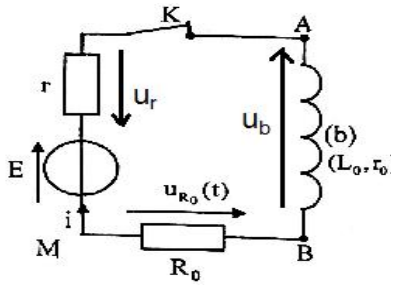
$$t_1 = \frac{138\,jours}{\ln(2)}\ln\left(1 + \frac{2}{5}\right)$$

$$t_1 = 67\,jours$$

<u>الكهرباء:</u>

1- <u>إستجابة ثنائي القطب RL لرتبة توتر:</u>

<u>1-1: المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار i(t):</u>



حسب قانون إضافية التوترات لدينا:

$$u_r + u_{R_0} + u_b = E$$
$$ri + R_0 i + L_0\frac{di}{dt} + r_0 i = E$$
$$L_0\frac{di}{dt} + (r + R_0 + r_0)i = E$$
$$\frac{L_0}{r + R_0 + r_0}\frac{di}{dt} + i = \frac{E}{r + R_0 + r_0}$$

تكتب على شكل :

$$\tau\frac{di}{dt}+i=I_0 \text{ حيث : } \tau=\frac{L_0}{r+R_0+r_0} \text{ و } I_0=\frac{E}{r+R_0+r_0}$$

1-2: تحديد E:

لدينا: $u_{AM}=E-u_r=E-r.i$ وعند اللحظة t=0 لدينا: $i(t=0)=0$ إذن: $u_{AM}(t=0)=E-r.i(t=0)=E$

وبالتالي: $E=u_{AM}(t=0)$. مبيانيا نجد:

$$E=u_{AM}(t=0)=12\,\text{V}$$

1-3:تحديد قيمة r ونبين أن $r_0=5\Omega$:

في النظام الدائم $i(\infty)=I_0=\frac{u_{R_0}(\infty)}{R_0}=\frac{u_{BM}(\infty)}{R_0}$ و $u_{AM}(\infty)=E-r.i(\infty)$ إذن : $r=\frac{E-u_{AM}(\infty)}{i(\infty)}$ وبالتالي:

$$r=R_0.\frac{E-u_{AM}(\infty)}{u_{BM}(\infty)}$$

مبيانيا لدينا: $u_{AM}(\infty)=10\,\text{V}$ و $u_{BM}(\infty)=9\,\text{V}$ إذن: $r=45.\frac{12-10}{9}$

$$r=10\Omega$$

لدينا: $u_{AM}=u_{R_0}+u_b=(R_0+r_0)i+L_0\frac{di}{dt}$ وفي النظام الدائم لدينا: $i(\infty)=I_0=\frac{u_{BM}(\infty)}{R_0}$ و $\frac{di}{dt}=0$ إذن:

$u_{AM}(\infty)=(R_0+r_0).\frac{u_{R_0}(\infty)}{R_0}$ وبالتالي نستنتج تعبير r_0:

$$r_0=R_0.\left(\frac{u_{AM}(\infty)}{u_{BM}(\infty)}-1\right)$$

لدينا: $u_{AM}(\infty)=10\,\text{V}$ و $u_{BM}(\infty)=9\,\text{V}$ و $R_0=45\Omega$ إذن: $r_0=45.\left(\frac{10}{9}-1\right)$

$$r_0=5\Omega$$

1-4: التحقق من قيمة L_0:

لدينا: τ هي لحظة تقاطع المماس (T) والمقارب الأفقي للمنحنى (C_2) فنجد: $\tau=3ms$

ونعلم أن: $\tau=\frac{L_0}{r+R_0+r_0}$ إذن: $L_0=\tau(r+R_0+r_0)$ ومنه: $L_0=3.10^{-3}(10+45+5)$

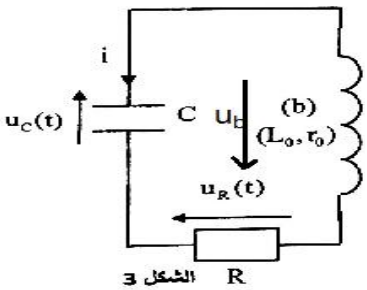
$$L_0=0{,}18H$$

2- تفريغ مكثف في ثنائي القطب RL:

2-1: نظام التذبذبات:

الوسع يتناقص مع مرور الزمن إذن نظام شبه دوري.

2-2: المعادلة التفاضلية:



الشكل 3

حسب قانون إضافية التوترات لدينا:

$$u_C+u_R+u_b=0$$
$$u_C+Ri+L_0\frac{di}{dt}+r_0i=0$$
$$u_C+L_0\frac{di}{dt}+(R+r_0)i=0$$

ونعلم أن: $i=\frac{dq}{dt}=C\frac{du_C}{dt}$ و $\frac{di}{dt}=\frac{d^2q}{dt^2}=C\frac{d^2u_C}{dt^2}$ وبالتالي:

$$u_C+L_0C\frac{d^2u_C}{dt^2}+(R+r_0)C\frac{du_C}{dt}=0$$ أو:

$$\frac{1}{L_0C}u_C+\frac{R+r_0}{L_0}\frac{du_C}{dt}+\frac{d^2u_C}{dt^2}=0$$

2-3: الطاقة المبددة بمفعول جول:

لدينا: $\Delta E=E_t(t_2)-E_t(t_1)=E_e(t_2)+E_m(t_2)-E_e(t_1)-E_m(t_1)$

مع $E_m(t)=\frac{1}{2}L_0.(i(t))^2=\frac{L_0}{2R^2}.(u_R(t))^2$ و $E_e(t)=\frac{1}{2}C.(u_C(t))^2$

عند $t_1=0$: $u_C(t_1)=11,2\,V$ و $u_R(t_1)=0$ إذن: $E_e(t_1)=\frac{1}{2}C.(u_C(t_1))^2=\frac{1}{2}.14,1.10^{-6}(11,2)^2=8,84352.10^{-4}\,J$

و $E_m(t_1)=\frac{L_0}{2R^2}.(u_R(t_1))^2=0$

عند $t_2=14ms$: $u_C(t_2)=-3,2V$ و $u_R(t_2)=-0,5V$ إذن:

$E_e(t_2)=\frac{1}{2}C.(u_C(t_2))^2=\frac{1}{2}.14,1.10^{-6}(-3,2)^2=7,2192.10^{-5}\,J$

و $E_m(t_2)=\frac{L_0}{2R^2}.(u_R(t_2))^2=\frac{0,18}{2\times20^2}.(-0,5)^2=5,625.10^{-5}\,J$

وبالتالي: $\Delta E=7,2192.10^{-5}+5,625.10^{-5}-8,84352.10^{-4}-0=-7,6691.10^{-4}\,J$

$$|E_j|=|\Delta E|=7,6691.10^{-4}\,J$$

3- التذبذبات القسرية في دارة RLC على التوالي:

3-1: تردد التذبذبات عند الرنين:

نعلم أن حسب تعريف معامل الجودة للدارة: $Q=\frac{N_0}{\Delta N}$ إذن:

$$N_0=Q.\Delta N$$

$$N_0=7\times14,3=100Hz$$

3-2: إيجاد قيمتي كل من R_1 و C_1:

عند الرنين لدينا: $Z=R_1+r_0=\frac{U}{I_0}$ إذن:

$$R_1=\frac{U}{I_0}-r_0=\frac{3}{1,85.10^{-1}}-5=11,2\Omega$$

نعلم أن : $N_0=\frac{1}{T_0}=\frac{1}{2\pi\sqrt{L_0C_1}}$ إذن: $N_0{}^2=\frac{1}{4\pi^2L_0C_1}$ ومنه:

$$C_1=\frac{1}{4\pi^2L_0N_0{}^2}=\frac{1}{4\times\pi^2\times0,18\times100^2}=1,4.10^{-5}F$$

3-3: القدرة الكهربائية المستهلكة:

لدينا: $P=(R_1+r_0).I^2=(R_1+r_0)\times(\frac{I_0}{\sqrt{2}})^2$ إذن:

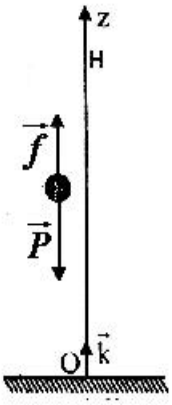
$$P=(R_1+r_0)\times\frac{I_0{}^2}{2}=(11,2+5)\times\frac{0,185^2}{2}=0,277W\simeq0,28W$$

الميكانيك:

الجزء الأول: دراسة حركة سقوط كرتين في الهواء:

1- المعادلة التفاضلية التي تحققها v_z:

جرد القوى:



$\vec{P}$: وزن الكرة

$\vec{f}$: قوة الاحتكاك المائع.

القانون الثاني لنيوتن:

$$\vec{P}+\vec{f}=m\vec{a_G}$$

الاسقاط على المحور (Oz):نجد

$$-mg+f=m.a_z$$

$$-g+\frac{f}{m}=\frac{dv_z}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{dv_z}{dt}=-g+\frac{0,22.\rho_{air}.\pi.R^2}{\rho_i V}.v_z{}^2$$

$$\Rightarrow \frac{dv_z}{dt}=-g+\frac{0,22.\pi\rho_{air}.R^2}{\rho_i.\frac{4}{3}\pi.R^3}.v_z^2$$

$$\Rightarrow \frac{dv_z}{dt}=-g+\frac{3\times 0,22}{4}\frac{\rho_{air}}{\rho_i.R}.v_z^2$$

وبالتالي: $\frac{dv_z}{dt}=-g+0,165.\frac{\rho_{air}}{\rho_i.R}.v_z^2$

2- استنتاج تعبير السرعة الحدية:

في النظام الدائم لدينا : $\frac{dv_z}{dt}=0$ و $v_\ell=|v_z(\infty)|$ ، نعوض في المعادلة التفاضلية نجد:

$$0=-g+0,165.\frac{\rho_{air}}{\rho_i.R}.v_\ell^2$$

$$v_\ell^2=\frac{g}{0,165.\frac{\rho_{air}}{\rho_i.R}}=\frac{g.\rho_i.R}{0,165.\rho_{air}}$$

$$v_\ell=\sqrt{\frac{g.\rho_i.R}{0,165.\rho_{air}}}$$

-3

3-1: تحديد المنحنى الوافق للكرة (b):

لدينا بالنسبة للكرة (b) $\rho_2=94kg.m^{-3}$ إذن $v_\ell(b)=\sqrt{\frac{g.\rho_2.R}{0,165.\rho_{air}}}=\sqrt{\frac{9,8\times 94\times 0,06}{0,165\times 1,3}}=16m/s$ ومنه:

$v_z(b)(\infty)=-v_\ell(b)=-16\,\mathrm{m/s}$ وهو ما يتوافق مع نتيجة المنحنى (C_1) للشكل (3) أي المنحنى (C_1) هو الموافق للكرة (b)

3-2: تفسير لماذا يوافق المنحنى (C_2) تغيرات أنسوب الكرة (a):

بما أن $\rho_2 \ll \rho_1$ فإن الكرة (a) أثقل بكثير من من الكرة (b) وبالتالي تصل الكرة (a) إلى سطح الأرض قبل الكرة (b) أي خلال مدة زمنية أقل تصل الكرة (a) إلى الأنسوب z=0 وهو ما يتوافق مع (C_2) للشكل (2).

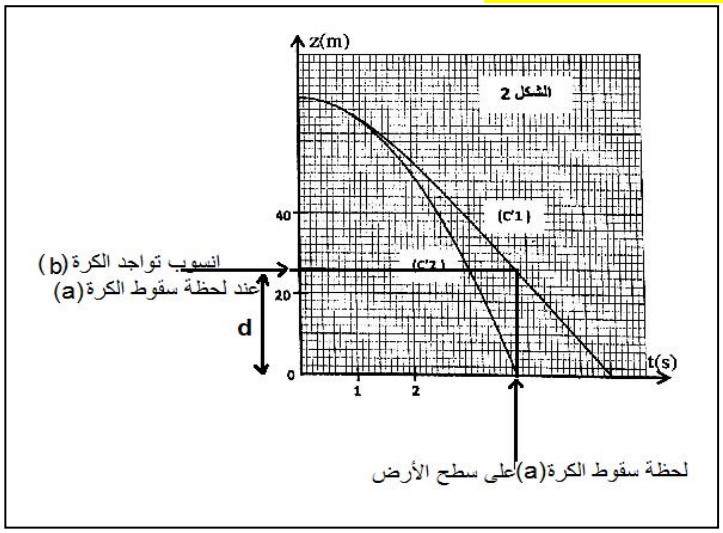
4- طبيعة حركة الكرة (a) والمعادلة الزمنية z(t):

بما أن منحنى تغيرات $v_z(t)$ للكرة (b) عبارة عن دالة خطية تكتب على الشكل $v_z(t)=\alpha t$ حيث:

$\alpha=-\frac{16}{1,65}\simeq -9,7m/s^2$ وبالتالي فإن حركة الكرة (a) مستقيمية متغيرة بانتظام.

لدينا: $v_z(t)=-9,7t$ ومنه $z(t)=\frac{-9,7}{2}t^2+z_0$ حيث $z_0=h=69m$ وبالتالي:

$$z(t)=-4,85t^2+69$$



5- تحديد فرق الارتفاع d:

من خلال منحنيي الشكل 2 عندما تصل الكرة (a) إلى سطح الأرض تتواجد الكرة (b) على الارتفاع $h_1=26m$ إذن: فرق الارتفاع d بين مركزي قصوري الكرتين هو: $d=26m$

6- تحديد a_{zn} و $v_{z(n+1)}$:

المعادلة التفاضلية لحركة الكرة (b) هي:

أي: $\frac{dv_z}{dt}=-g+0,165.\frac{\rho_{air}}{\rho_2.R}.v_z^2$

$$a_z=\frac{dv_z}{dt}=-9,8+3,8.10^{-2}.v_z^2$$

ومنه: $a_{zn}=-9,8+3,8.10^{-2}.v_{zn}^2$ تطبيق عددي $a_{zn}=-9,8+3,8.10^{-2}.(-11,47)^2$

$$a_{zn}=-4,8m/s^2$$

حسب أولير لدينا: $v_{z(n+1)}=v_{zn}+a_{zn}.\Delta t$ تطبيق عددي $v_{z(n+1)}=-11,47-4,8\times 125.10^{-3}$

$$v_{z(n+1)}=-12,07m/s$$

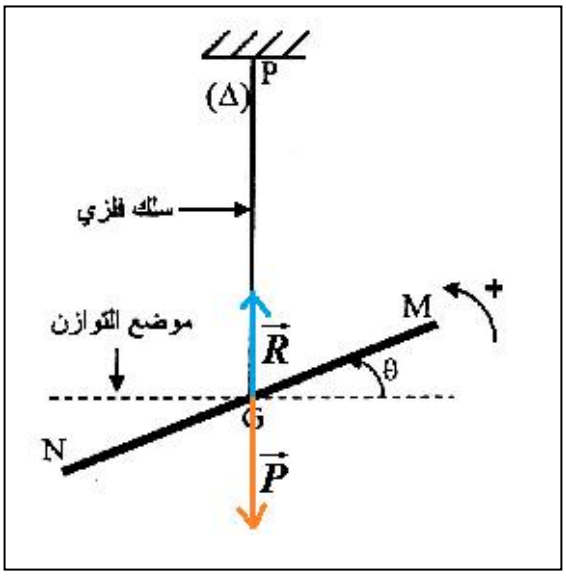
الجزء الثاني: دراسة نواس اللي:

1- المعادلة التفاضلية:

جرد القوى:

المجموعة المدروسة [القضيب MN] تحث تأثير:

- ✓ $\vec{P}$: وزن القضيب.
- ✓ $\vec{R}$: السلك الفلزي المجسد لمحور الدوران
- ✓ (t): مزدوجة اللي:



العلاقة الأساسية للديناميك:

مع: $M_{(\Delta)}(\vec{P})+M_{(\Delta)}(\vec{R})+M_{(t)}=J_{(\Delta)}.\frac{d^2\theta}{dt^2}$

إذن العلاقة الأساسية $M_{(\Delta)}(\vec{P})=M_{(\Delta)}(\vec{R})=0$ و $M_{(t)}=-C\theta$

للديناميك تصبح: $-C\theta=J_{(\Delta)}.\ddot{\theta}$ أي :

$$\ddot{\theta}+\frac{C}{J_\Delta}\theta=0$$

المعادلة التفاضلية التي تحققها θ

-2

2-1: لنبين التعبير المطلوب:

لدينا: $\theta(t)=\theta_m.\cos(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi)$ إذن: $\dot{\theta}(t)=-\theta_m\frac{2\pi}{T_0}.\sin(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi)$

مبيانيا لدينا: $\frac{2\pi}{T_0}=1,6\pi \Rightarrow T_0=1,25s$ ولدينا: $-\theta_m\frac{2\pi}{T_0}=-\frac{\pi}{4}.1,6\pi=-0,4\times\pi^2=-0,4\times10=-4rad/s$

وبالتالي: يمكن كتابة $\dot{\theta}(t)$ على الشكل $\dot{\theta}(t)=-4.\sin(1,6\pi t+\varphi)$

تحديد φ:

$\dot{\theta}(t=0)=-4.\sin(\varphi+\pi)=-\dot{\theta}_m\sin(\varphi)$ ومبيانيا: $\dot{\theta}(t=0)=-\frac{\dot{\theta}_m}{2}$ ومنه: $-\dot{\theta}_m\sin(\varphi)=-\frac{\dot{\theta}_m}{2}$ وبالتالي:

$\sin(\varphi)=\frac{1}{2}=\sin(\frac{\pi}{6})$ أي: $\varphi=\frac{\pi}{6}$

استنتاج: $\dot{\theta}(t)=-4.\sin(1,6\pi t+\frac{\pi}{6})=4\sin(1,6\pi t+\frac{\pi}{6}+\pi)$ ومنه:

$$\dot{\theta}(t)=\sin(1,6\pi t+\frac{7\pi}{6})$$

2-2: تحديد ثابتة اللي C للسلك:

نعلم أن $T_0=2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{C}}$ إذن: $T_0{}^2=4\pi^2\frac{J_\Delta}{C}$ ومنه:

$$C=4\pi^2\frac{J_\Delta}{T_0{}^2}$$

تطبيق عددي:

$$C=1,024.10^{-2}N.m.rad^{-1}$$

3- قيمة الطاقة الميكانيكية واستنتاج طاقة الوضع عند اللحظة t=0:

انحفاظ الطاقة الميكانيكية لنواس اللي

$$E_m=E_{C\max}=\frac{1}{2}.J_\Delta.(\dot{\theta}_m)^2 \Leftarrow$$

تطبيق عددي: $\dot{\theta}_m=4rad/s$ و $J_\Delta=4.10^{-4}kg.m^{-3}$

$$E_m=3,2.10^{-3}J$$

بما أن الطاقة الميكانيكية ثابتة فإن: $E_m=E_m(t=0)=E_p(t=0)+E_C(t=0)$ ومنه:

$$E_p(t=0)=E_m-E_C(t=0)$$

لدينا $E_C(t=0)=\frac{1}{2}J_\Delta(\dot{\theta}(t=0))^2=\frac{1}{2}J_\Delta\left(-\frac{\dot{\theta}_m}{2}\right)^2=\frac{1}{8}J_\Delta\left(\dot{\theta}_m\right)^2$

وبالتالي:

$$E_p(t=0)=E_m-\frac{1}{8}J_\Delta\left(\dot{\theta}_m\right)^2$$

تطبيق عددي: $E_p(t=0)=3,2.10^{-3}-\frac{1}{8}4.10^{-4}(4)^2$

$$E_p(t=0)=2,4.10^{-3}J$$

الأستاذ: رشيد بومكحلة